De Numeris libri duo,

QVORVM PRIOR

Logiſticen & veterum numerandi conſuetudinem, poſterior Theoremata numerorum complectitur, ad doctiſsimum virum Andream Eggerdem profeſſorem Roſtochienſem.

Nunc recens in lucem emiſsi authore Ioanne Nouiomago.

PARISIIS

Ex officina Chriſtiani Wecheli, ſub ſcuto Baſilienſi, in vico Iacobæo: & ſub Pegaſo, in vico Bellouacenſi.

M. D. XXXIX.

2

SPLENDIDISSIMO ATQVE INTEGERRImo viro Andreæ Eggerdæ Roſtochienſi profeſſori longè celeberrimo, Ioannes Nouiomagus S. P. D.

LIteræ tuæ, ornatiſſime Andrea, quas poſtremò accepi, incredibili me lętitia affecerunt, è quibus etſi ſingularem tuam modeſtiā agnoſco in honoris recuſatione habitam, impenſiùs tamen tibi gratulandum puto, quanquàm ſeriùs mihi ad te ſcribendi toto penè orbe remotum, propter raritatem tabellariorum occaſio data eſt: quòd cùm inuitus ad eum dignitatis gradum (quo laudatis & eruditis uiris in Academijs nulla amplior vel ſplendidior contingere poteſt) euectus: ſis tamen tanta animi virtute ac magnitudine hac adminiſtratione fungi diceris, vt mihi perſuadeam propter amorem & conatum, quem erga bonas literas habes, tum propter publicam authoritatem tibi à profeſſorum ordine decretam, aliquod in veſtra Repub. incrementum rei literariæ per te acceſſurum. Quare etſi ſera ſit gratulatio hæc, mi Andrea, uerè tamen & ex animo tibi gratulor, ac mihi gaudeo, quòd hominem mihi amiciſſimū honoribus cu-

mulatiorem habeam. Hortorq; vt magno & infracto animo ſis, in liberalium artium augenda promotione & dignitate, quò nominis tui ſplendorem familiæ, ciuibus patriæque tuæ exemplũ diligentiæ, veluti pignus quoddã relinquas. Nam ſi iuxta Platonem non nobis tantùm, ſed patriæ partim, partim amicis nati ſumus, cuius facti honeſtius exemplum præbere poteris, quàm vt veſtram πολιτείαν φιλοσοφίᾳ, id eſt, rempublicã ciuilem repub. literaria exornare labores? Fuit maiorum tuorum temporibus Roſtochium, quod ex Ptolomæi Hyphegeſi Laciburgum fuiſſe conijciũt, non incelebris academia, quod propter Oceani vicinitatem, & agrorum amplitudinem, annonæ nũquàm caritas magna eo loco eſſe poſſet, ſed propter magnam & communem rerum publicarum perturbationem, & hominum ab religione diſcordiam, paucioribus miſſis ad ſtudia artium, honor & præmium bonarum diſciplinarum, valde in plæriſque locis ſunt labefactata: at nunc rebus nonnihil quietis, ad ueteres ſedes veluti poſtliminio reuertũtur, id quod potiſſimum te rectore ac gubernatore ſtudiorum futurũ ſpero. Sed permagni referre ſcis, ad augendam & alendam diſcentium multitudinẽ, quibus artibus & quomodò adoleſcentes ſtatim imbuantur, in qua re aliquãdo bonorũ authorũ inopia peccatũ eſt, aliquando quoque iudicij infirmitate à multis, ꝙ

adoleſcentes

adoleſcentes ijs annis quibus ſuperioribus profeſſionibus non ſunt idonei, aut nimium diu in vno ſtudio retinentur, veluti olim per totam ætatem quidam aliud nihil quàm Logicam & Metaphyſicam tractabant, quibus fortè etiã Mathemata quædam adijciebantur, ſed (vt tunc erãt ſtudia) ſine aliqua aut Latinæ linguæ venuſtate, aut Gręcæ linguæ perceptione, deinde ſtudijs in contraria verſis, tantùm per plures ſcriptores vagãdo, aut vni linguarum ſtudio intenti, putantes magno errore id eſſe literis politioribus, aut philologiæ operam dare, à pluribus artibus cognitione non ſolùm iucundis, ſed etiam ad ſolidam eruditionem neceſſarijs, abſtinuerunt. Cuiuſmodi ſunt Arithmetica, Geographia, Aſtronomia, Phyſica, aliáque his cognata, è quibus quædam deguſtanda ſunt modò, alia perfectiùs cognoſcenda, quod qua ratione ſine tædio & difficultate & melioris tẽporis conſumptione fieri poſſit, docet diligẽtiſſimus eloquentię magiſter F. Quintilianus, ad huiusmodi ſtudẽdi rationẽ, prudẽs & bonus moderator qui publicum profectum ſtudiorum intendit, facilè ſuos adducet. Nam non ſolùm tradere bonas diſciplinas pręceptoris eſt καθόρθωμα, ſed admonere etiam quæ prioribus annis diſcere oporteat, ſine quibus in altioribus (quas vocant) facultatibus cum aliqua laude non ſint verſaturi. Qua de re cùm ſciam te diligentiſſimè co

gitare, Andrea integerrime, nolui committere, vt me non haberes virtutis tuæ ſerium gratulatorem, & intentionis veluti quendam ſocium. Itaque pro innumeris tuis erga me beneficijs, & ſingulari affectu, quo me tanto locorum interuallo remotum proſequi non ceſſas, breuem hunc libellum de numeris conſcriptum, in gratiam Roſtochienſis Academiæ ſub tuo patrocinio edidi: non quòd putem eius ſcholę doctiſſimos alioqui profeſſores meis egere nugis (adoleſcentibus enim iſta ſcripſimus, qui te duce nunc bonis artibus ſynceré ſtudent, & in alios plures ſtudebunt annos) verùm vt edito noſtræ voluntatis ſigno, quanti te faciam intelligant. Adoleſcentibus autem ad vos ſtudiorum gratia miſſis non erit inutilis in huiuſmodi introductione exercitatio, nã priori libello numerãdi rationem ſeu logiſticen, quàm potui breuiſſimè tradidi, quem per luſum, ac ſucceſſiuis horis, nec ita multis, ediſcere quibunt, maiore certè vtilitate non ſolùm in re literaria, ſed etiam in profanis negocijs, quàm epiſtolæ huius modus dicere permittit: poſteriore autem, eadem breuitate numerorum theoremata complexus ſum, quantum eorum naturas & proprietates, ex varijs authoribus obſeruata meminiſſe potui; potiſſimum tamen Boëtium ſecutus, qui de eodem duo volumina reliquit. Hæc vna aditum faciet ſtudioſis ad rerum abſtruſarũ perceptionem,

ceptionem,ſi quid Platoni credimus,libro de legibus quarto,imo ad artium liberalium,quas ſolent nobis diſcentibus quadriuiales vocare,& ad naturas rerum cognoſcendas eam habet vtilitatem , quàm ad intelligendos poëtas, cæteróſque ſcriptores ars grammatica:certè F.Quintilianus ne oratorem quidem , cuius profeſſio longiore paulò interuallo ad numeros reſpicit,abſolutum eſſe putat abſque huius diſciplinę cognitione.Habent huiuſmodi artes ex ſe neſcio quid triſticiæ,verùm dicendi genere& exemplis ad philologiam facientibus , hoc tædium vt potui leuaui . Vale.

Datum Coloniæ IIII,Calendas Septembris.

Arithmeticæ li

BER PRIMVS, QVI EST DE LOGISTICA ſeu de arte computandi, authore Ioanne Nouiomago.

ARITHMETICA VNDE DIcatur, ac eam per omnes propemodum artes eſſe fuſam. Caput primum.

ARithmeticã à numeris eſſe dictam, perinde atque Grãmaticã à literis, ſatis ex nominis ratione conſtare arbitror. Nec vllum inuenio ſtudium, quo cum rectius conferre poſſem hanc numerorum ſcientiam, ad indicandam proprietatem, vſum eius, & magnitudinem, atq; Grammaticam. Vtraq; enim modicis & tenuibus initijs orta, ad maximam cognitionis peruenit (vt ita dicam) operoſitatem: habentq; plus (vt de altera ſcripſit Quintilianus) operis in receſſu, quàm in fronte oſtẽtationis. Nam cùm omnes artes liberales ſint aut de comparanda facultate orationis, vt oratoria,

ria,poëtica,dialectica,aut de rerum natura cognoſcenda,vt matheſis,phyſiologia:quemadmodum illorum initium & fundamentum continet Grãmatica,ita & ea quæ Arithmetice dicitur,in omnium rerum(quæ ſcientiæ atq; artis nomine celebrantur)naturas quàm latiſſimè eſt fuſa.Nam vt muſicam omittam (quam aliud nihil niſi numerorum effectiones,ad vocum progreſſiones ſcanſionesq; accommodatas eſſe conſtat)ſimiliter & geometriam & aſtrologiam, nónne vel plurima ex numerorum qualitate ac moderatione,aſſumit etiam ars oratoria in parte elocutionis?Sed & cuiq; ſaltem primis (vt à Quintiliano ſcriptũ eſt) literis erudito neceſſaria eſt numerorum cognitio:& poëtica , quæ rythmis ac certo temporum & ſyllabarum numero orationem aſtringit, omnino eſt in numeris.Sed & in ciuilium negotiorum (vt à Socrate apud Platonem rectè dictum eſt)quædam numerandi ratio non negligendam habet vtilitatem.Sed ſi iſta leuiora ſunt quæ poſui,alia quædam eſt numerorum abſtruſior cognitio,ſine qua Plato ſcribit in 7.de Repub.libro,animos hominum ad rerum naturam penitùs cognoſcendam excitari non poſſe:in qua numerorum parte,nonne doctiſſimi quiq; theologi ſuper ſacræ ſcripturæ libris ſtudioſiſsimè occupantur? quemadmodum Cyprianus in Euangelio ſecundum Matthæum,Origenes etiam, Hieronymus,

Auguſtinus, quàm plurimo ſacræ ſcripturę locos ab immenſis ac ſubtilibus numerorum proprietatibus, ingenioſiſsimè explicauerunt. Quamobrem ſi artes vt neq; tradi poſſunt ſine literarum cognitione, ita inſcitia numerorũ omnes perturbari ac ignorari eſt neceſſe. Errat literatorũ vulgus, qui artem hanc vt ſordidam ac ſterilem cauillantes, in multis ſcientijs neceſſariam eſſe eam non exiſtimant.

ARITHMETICA QVOMODO diuidatur, à quibus inuẽta ſit, & quomodò ad eũ referenda ſit Logiſticè. Cap. II.

ARithmetice vnde dicatur, & quemadmodũ ab aliarum artium profeſsionibus ſecreta nõ ſit, diximus: nunc paucis quas partes complectatur, & à quibus hæ inuentæ, auctæ, explicatæ ſint, docebo. Recẽtiores multos q̃ de Arithmetica ſcripſerũt, opinor eius artis quã ſcriberẽt, aut nomen neſciuiſſe aut ignoraſſe naturã. Nam quidam pro Arithmetica ſolam ediderunt artem quãdam numerandi, aut ſi mauis computandi, quæ conſtat compoſitione numerorum (quam nunc numerationem vocant, ego alibi notationem) multiplicatione ac diuiſione, item ꝓgreſsione, & quam vocant radicum extraxione, non admodum ad hoc negotium pertinentem, cum quibuſdam Abrucu

lorum

lorum regulis,vt ſunt Coſſan,& falſi,& id genus aliis argutis quæſtiunculis philologiæ ſtudioſis non tam obſeruandis,quàm mercatoribus aut intricatarum rationum magiſtris, artem quidē ad multas res vtilem,imò neceſſariam:ſed quæ facilior ac breuior eſt, quàm vel inter liberales artes integrum ordinem recipere debeat. Hanc Plato in Dialogo de iuſto λογιςικὴν appellat,id eſt,cōputatoriam,Arabes ſeu Indi Allegorithmum,qđ non dubium idem ſignificat.Alij verò duas ſpecies fecerunt theoreticen & practicen: è qbus logiſticen,practicen dixerunt:& eā quæ eſt de numerorum ꝓprietatibus & effectibus, theoreticē, quæ diuiſio veterum authoritate & ratione caret.Nam neq; Euclides, qui arithmeticā primus (ut opinor)tribus libris methodicos,tradidit:neque Seuerinus Boëtius,qui inter latinos copioſiſſimè hanc artem conſcripſit,practicæ Arithmeticę meminerunt . Deinde in alijs diſciplinis ea pars ſtudij,q̄ theoretice dicitur,præcepta conſtituit(M.Cicero enim præcepta vertit theoremata)practicæ autem rerum vſum : quæ ita inter ſe referuntur,vt illa ſit præparatio operis,hæc executio.Verùm Arithmetica quam ſpeculatiuā modò vocant,ad hanc numerandi artem , quæ Logiſtica dicitur,nulla p̄te reſpicere videtur. Quin & inuentoribus differunt. Nam hanc Phœnices & Tyrij mercatores, propter rerum commutationem

tionem & hominum contractus excogitarunt:illam abſtruſam verò numerorum cognitionem, qua vniuerſa ferè ſapientia nititur,non mercatores,ſed Philoſophi inuenerunt, paulatim alijs aliorum inuentis,plura adijcietibus ad exactæ ſcientiæ methodum retulerunt,quorum primus fuit Laërtio authore,Pythagoras Samius,ad cuius inuentiones multa Architas,nec pauca Plato,Eratoſtenes, Euclides,Philola⁹,Scopinas, & Archimedes ambo Syracuſani,quorum alter in hoc genere ſingulares elegantias inuenit,paulatim augendo diſciplinæ corpus perfecerunt, quæ deinde in alias rerum naturas translata,plures ex ſeſe diſciplinas procreauit,veluti in cantibus Muſicã: in ſyllabarum cõiunctionibus Rythmica:in cælo ſtellarum exortus, & occaſus in ſingulos dies computationes,aliaq; innumera eius generis,quę quòd longius veluti à fonte defluxerunt,alia etiam pro qualitate rerum, quibus applicita ſunt, nomina inuenerunt: ita & hæc quam dixi Logiſticam,non aliter ad Arithmeticã pertinet,quàm ad Geometriam optice aut ſtereometria,quę illi vnde fluxerunt hypallela Ariſtoteles eſſe ſcribit,non verò ſubiectas ſpecies. Hæc itaq; curioſiùs paulò diximus ante artis inchoationem , vt ſtudioſis rectam huius ſcientię prolepſin ingereremus.

ARTIS

ARTIS COMPVTATORIAE vſus & vtilitas. Cap. III

QVæ hucuſq; prolocuti ſumus non ea ratione dicta ſunt, vt rationem computandi logiſticen videlicet, inter artes contemptibiles, ac viles numerari oportere exiſtimemus, verùm vt vtriuſque diſciplinæ proprietatem, ac earum inter ſe differentiã ſtudentes intelligant: nec ob id ſpernendam, quòd cognitione ſit breui ac facili. Nam cùm in omnibus propemodùm ſtudijs, atq; negotijs vſum requirat neceſſarium, minùs tolerandi ſunt, qui non ſtatim eius commoditatis copiam, cum primis diſcendi initijs coniungunt. Quemadmodùm enim eos à legẽdo abſtinere oportet, qui literarum vim ac poteſtatem ignorant, ita & eos qui numerandi rationi aſſueti non ſunt, ad quàm plurimos optimorum quorumq; ſcriptorum locos, aditum non ſunt habituri: tum ad ipſam quæ propriè Arithmetica dicitur, viam ſternit: neque enim fruſtrà à Platone vetitum eſt, ne quis numerandi imperitus ad ſe accedat.

LOGISTICE QVID SIT, ET quid differat ab Arithmetica. Cap. IIII.

EST igitur logiſtica, ratio quædam artificioſè & expeditè numerandi, ſeu eſt propoſitis numeris, vno aut pluribus certis, alterius de quo q̃ritur

ritur inuentio,vt quot verſibus Ilias Homeri cõtineatur deſcripta ſexaginta paginis,quarũ quæq; LXX.verſus continet:ſeu quot iugerum ſit ager quoquo verſum in ſexaginta paſſus. In omnibus enim quæſtionibus certum quiddam propoſitum eſſe oportet,vnde quæ incerta ſunt explicari poſſint,vt quantum diſtet hinc Roma,aut Carthago,non expediet hæc ratio, niſi ſubiecto minore numero,è quo iuxta analogiam quæſitum ſumere oportet.Et hæ quidem quæſtiones,quanquàm ſine ratione explicari poſſunt: certior tamen & expeditior modus eſt in arte, q̃ in ingenio abſq; inſtructione. Arithmeticæ verò quæſtiones,quas à logiſtica ſeparauimus huiuſmodi ſunt,quomodò cubum aut quadratum geminare oporteat: aut quæ ſit ſeptenarij vis in climacterico, quas ex interiore numerorum proprietate oportebat eruere.

DE PARTIBVS LOGISTICAE quas alij vocarunt ſpecies. Cap. V.

RECentiorum qui hanc artem literis tradiderunt(non enim quemquam inuenio vetuſtiorẽ Ioanne Sacrobuſtano) in ſeptẽ eã ſpecies diuiſerũt, videlicet numerationẽ,additionem,ſubtractionem,multiplicationem, diuiſionem, progreſsionem,& quam vocant radicum extractionem:è quibus poſteriores duæ,poterant reijci ad

nume-

numerorum contemplationem: reliquæ verò nõ mihi ſpecies artis numerandi videntur eſſe, ſed partes ſeu officia. Nam in vnaquaq; dictarũ partium tota non eſt logiſtice, veluti genus integrũ in qualibet ſpecie eſſe, & quãlibet ſpecierum integri generis nomen ſibi ſumere oportet, quemadmodum inuentio, elocutio, non rectè ſpecies rhetoricæ dicerentur, ſed parteis ſeu officia, quibus non omnibus veluti in vno corpore mẽbris coniunctis, ars perfecta eſſe nequit, itaque & hæ non rectè ſpecies, ſed officia aut partes erunt.

DE PRIMA PARTE COMPVtandi, quam alij Numerationem vocant non rectè. Cap. VI.

TVM Numerationem primam faciunt, cámque definiunt vniuſcuiuſque numeri concepti ſiue propoſiti per figuras (quas ziphras vocãt) aſsignationem, quales ſunt hæ notulę 1. 2. 3. 4. in quo, nomine pariter peccant & ratione. Nã numeratio non eſt tantum dum numerum quẽpiã, vt mille huiuſmodi notulis deſcribo, 1000. nam ea vox omnes partes ſuperiùs poſitas cõplectitur, eſtq; totius artis nomen non partis: quapropter rectius mihi videtur notationis nomen illi competiturum. Præterea non ſolùm his barbaricis notulis, quibus veteres non vſos opinor, numeri ſignantur, ſed pluribus alijs quoq; notis,

veluti

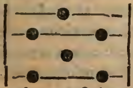
veluti Græcæ Latinæq́; linguę elementis,tum & ea forma,quæ conſtat lineis æquidiſtantibus,vnde calculi nomen pro computatione manſit. Itē geſtu quodam digitorū,& uiua voce, veluti dum hunc X.C.M,viua voce effero,quæ & ſi nulli nō notiſsima ſit, habet tamen propter Romani ſermonis proprietatem,aliquid artificioſæ obſeruationis Philologiæ ſtudioſis(q̄bus iſta ſcribimus) nequaquam negligendæ. Atqui his omnibus rectius notationis nomen conuenire arbitror quàm numerationis.Ariſtoteles enim voces rerum ſymbola vocat,id translatum ſonat,notas.

NVMERVS QVID SIT, ET quomodò diuidatur,& de varia ratione notandi numeros. Cap. VII.

NVmerus eſt ex vnitatibus multiplicata collectio per ſe in infinitum progrediēs,per quæ cuncta metimur,& in ordinem referimus . Progredimur autem infinitum,quod ad numeri naturam attinet:nuſquàm enim neceſſe eſt conſiſtere,nam continuò vbi ad decem numerando peruenerimus, ſuper eum ab vnitate numerum reflectimus,idq́; non toties quin ſępiùs fieri poteſt. Horum alij ſimplices ſunt,vt X.& qui infra hūc continentur,monade excepta,quos vocant digitos.Eſt enim digitus numerus omnis denario minor;ſupra denarium omnis eſt compoſitus,velu

ti vnde-

ti vndecim ex denario & vnitate: ex his articuli dicuntur,qui in denas æquales partes ſectionem recipere poſſunt,vt X.XX.XXX.C.CC.CCC. M.IIM. qui ſi naturali ſerie ſumuntur, denario inter ſe diſtant.alij ex vtroque genere coaleſcũt, vt XV.CII.MVII.quos in decem ſecare nequimus:itaque numeri omnes ſunt aut digiti,aut articuli,aut miſti.Hos aut voce viua efferimus per vulgatam numerãdi formam, veluti vnum,duo, &c.in quo ſi quid obſeruandum ſit præter vulgares grãmaticorum annotatiunculas dicemus paulò pòſt:aut ſcripto notamus,idq; vel literis,vt decies centena milia hoc pacto, MM. aut notis ad numerũ dũtaxat cõparatis,vt decẽ hac forma 10 calculis,ſeu vt nunc fit,nũmis,ſuper æquidiſtantes lineas ſurſum ac deorſum poſitis hac forma,



quę efficit CXXVII.ſunt & magicæ quædam lineis quibuſdam deſcriptæ, veluti hac nota └ vnum, quæ ſi prona ſit hoc ┌ pacto,efficit decẽ: quòd ſi angulus dextra parte quoq; pronus ſit hac forma ┐ efficit mille.Notatur &numerus digitorũ geſtu non illo vulgari, à pollice ad auricularem facto trãſitu,ſed occultiore ac veteri admodum, digitis in ſeſe &ad alios coeuntibus,tum & mille alijs modis, quos quiſque ſibi familiares efficit ſtudio celandi; at nos tantũ de publico vſu rece-

ptis,quantum ex ſcriptoribus obſeruare licuit dicemus, etiamſi non omnes ad logiſticam pertinere videantur:ſed quia hìc de numerorum notatiōe loqui cœpimus,nullum eis in diſciplinis aptiorem locum inuenire potuimus.

QVEMADMODVM ROMAni literis vtuntur ad numerorum ſignificationē, & quæ earum in ſingulis ſit ratio. Cap. VIII.

IN numerorum notatione Romani literis vtuntur numero ſeptem, I V X L C D M. E quibus C quidem & M ratione minimè obſcura ſignificāt hæc mille,illa centum:quòd earum dictionū per quas hi numeri ſignificentur, prima ſint elementa,quemadmodum Græci ϖ quinq;,δ vero decem numeros notant.Reliqua verò qua ratione eorum numerorū ſint notæ, haud perçque ſciri vulgo exiſtimo,quod etſi tenue ac ieiune videatur,tamen propter vetuſtatis cognitionem operæpretium puto factum me,ſi earum cauſas ſignificationum aperuero. Priſcianus diligens alioqui grammaticus, in libello quem de ponderibus & menſuris reliquit(ſi modò γνήσιος eſt)ait vnum ſignificari per tertiam quidem vocalē Latinorum,ratione tamen & origine Græca. Solēt enim Attici,inquit,principalem nominis numeri literā ponere,& ſignificare numerū:ergo ἴα pro μία dicentes,I ſcribebāt,& δ,δύο,& τ,τρεῖς,quod ſanè ratione nimis conciſa dictum eſſe uidetur,

vt pro-

vt propè dixerim friuolum. Mihi propter ſimplicitatem notæ id factum eſſe videtur: nam vt vnitas omnis numeri eſt principium, ita ea nota propter breuitatem deſcriptionis, omnis figurę eſt initium, neq; in hoc vſu eſt elementum, ſed nota duntaxat aut linea: teſtimonium præbere poteſt lectio A. Gellij, de æde quam Victoriæ poſuit Pōpeius, cui cùm ex conſilio Marci Ciceronis (de ambiguitate illa, tertiò ne, an tertium Cos. ſcribēdum eſſet) inſcriptum fuiſſet vſq; ad alterum t, hoc pacto, tert. Cos. eaq; collapſa vbi reſtauraretur, idem numerus ad hunc inquit modum, III. tribus lineolis eſt notatus. Ex quo cōſtat non elementa, ſed lineares notulas ſcribi oportere, eodem modo quo nota vnitatis, in ijs quas ziphras vocamus, deſcribitur. Hæc igitur nota ad numeri ſignificationem ingeminatur vſque ad quaternarium I. II. III. IIII. V. Vidi vbi nota vnitatis quinario præponeretur, ad ſignificandum quaternarium, ſed non puto fuiſſe hoc veteribus in vſu. Sequuntur V. & X. è quibus priorem quinq; ſignificare putat Priſcianus e a ratione, ꝙ ſit quinta vocalis apud Latinos, a, e, i, o, v: & poſteriorem X, decem, quòd ſit, inquit, decima apud Græcos conſonans, β γ δ ζ θ κ λ μ ν ξ. Ego ſi qd coniectare poſſum, exiſtimo propterea quinq; ſic ſignificari, quòd hæc nota dimidiata portio ſit huius X. detracta parte inferiore. Quod ſi verum eſt,

neq; vocalis literáue eſt,nec bene inferiore parte rotundatur.Porrò notam hanc X.denarij numeri ſymbolum eſſe,ea ratione qua Seruius putauit,non arbitror certè:ſed potiùs à verbo Decuſſare,quod eſt hac forma X.lineas in tranſuerſum diuidere . Hinc & decuſſatim deſcribere lineas,ad inæquales angulos eſt ſecare:quod cuiuſmodi ſit,facillimè ex multis locis M.Vitruuij eſt intelligere,nec paucis C.Plinij. Decuſsis autem vnde decuſſare dicitur,& ſi decē aſſes ſignificet, tamen pro denario numero reperitur apud eos, quos modò citaui:itaq; à partibus aſsis,duæ hæ notæ V.X.translatæ ſunt.Supereſt L.D.quarum prior quinquaginta ſignificat: poſterior quingenta,ratione admodum incerta . Priſcianus etſi hic multum ſe torſerit,parum tamen explicaſſe cauſam eius mihi videtur. Ait enim apud antiquos Græcos L pro N (quæ nota eſt quinquaginta) poni ſolere. D. verò quingenta , quòd in ſerie elementorum ſequatur literam C. quæ tametſi friuola ſint , mihi tamen non admodum conſtat ,quid de huius ſignificationis origine ſentire debeam, niſi quantum & coniecturis iuuamur . Nota igitur L. dimidium elementi C.videtur,quam literam vetuſtiſsimi codices teſtantur ſcribi ſolere non arcuata(vt nunc)ad ſiniſtram linea,ſed cathetos,ſiue recta deſcendente,in qua ſurſum ac deorſum duo directa in frō

tem

tem cornua efficerent angulos rectos, hac forma L cuius dimidiata portio eſt L. Fuiſſe autem eam formam huic literæ propriam, non exiſtimo probationibus egere, quandoquidem vetus ſcribēdi conſuetudo id ſatis indicat. Reliquum eſt igitur vt quingentorum notæ D. rationem reddamus, quæ ſimili ratione ex millenarij nota deducta videtur. fuit eius numeri apud veteres, quod Priſcianus quoq; reliquit, varia notatio, nec ſolum hoc M, elemento ſcribebant, ſed Græcorum quoque litera χ. Nam χίλια mille ſunt, deinde differentiæ gratia vtrinque circūpoſitis apoſtrophis, forma hac(X), ex quo eſt contracta huiuſmodi nota ∞. Item circulari figura & per medium ducta linea recta, quæ eſt I. cum duobus apoſtrophis contra ſe poſitis, hoc modo(I). Quibus ſignis in vetuſtiſsimis inſcriptionibus millenarium numerum notatum paſsim obſeruauimus. Eius dimidium vt in ſuperiori diximus, videtur eſſe D, maiuſcula forma ſcriptum: ob id ſi integra mille efficit, dimidiata figuræ pars quingenta efficiet.

DE RELIQVIS NVMERORUM nótis è literis ſumptis, quarum vſus rarior eſt apud ſcriptores. Cap. IX.

HIS literis quas dixi, authores numerum conſignare ſolent, quarum quæque iuxta ordinis rationem, vim ac poteſtatem ſortitur diuer-

ſam,quod qui non obſeruauerit,nec Plinii ſentē-
tiam,nec Columellæ,neq; etiam Ciceronis prę-
ſertim in Verrinis quibuſdam actionibus,aſſeque
tur.Sed priuſquàm ea tradere incipiam,alias li-
terarum ſignificationes (quibus rarius ſcriptores
vtuntur)cuiuſmodi ſunt, & veluti apud veteres
atque recentiores eas inueni,breuiter recenſebo.
Quæque litera cui ſurſum directa linea incum-
bit,tot milia ſignificare author eſt Probus,quot ea
pura ſignificat vnitates:vt I̅. V̅. X̅. C̅. M̅. ſunt ſe
mel,quinquies,decies,centena,ac mille milia.Id
notariorum celeritas in excipiendo primum in-
troduxit,ſeu quòd ſuperior linea vorticato ductu
deſcripta,loco M,habita ſit,quam deſcribendi ce
leritas in lineolam coëgit: ſeu quòd Græcorum
conſuetudine dictiones multis literis omiſsis hoc
pacto breuientur,vt IH̅S,X̅PS: & quod breuius
hac forma vidi in antiquiſsimo codice Græcè
ſcripto,I̅S, X̅S,qua forma etiam Latini vſi ſunt
in honorem Græcæ linguæ,ſed qui in ea lingua
ἀναλφάβητοι eſſent, putabant elementa eſſe la-
tina,ac ſic pronuntianda ih̅s xp̅s.Eſt hic abbre-
uiandi modus familiariſsimus Gręciæ,nos ea no
ta volumus deſyderari elementa m.n. Significa-
bant præterea apoſtrophis quibuſdam ſiniſtra ac
dextra parte collocatis numeros plures:vt mille
hoc modo(X) & iſto (I)quinq; milia, per I. &
duas

duas in parte dextra apoſtrophos I'' decem milia,ex alia parte adiectis totidem "I":quinquaginta verò & cētum milia,vna pluribus (((I))). Itē dena milia literę M circūſcriptis apoſtrophis duabus (M),& quinquaginta milia Q).quam ſcribendi rationem librarijs parum attentis, in ſcriptoribus numeros deprauandi occaſionem fuiſſe Budæus quoque queritur.

DE ALIA NVMERORVM NOtatione inuſitata per ſingulas alphabeti literas. Cap. X.

NEC defuere qui vnumquodque elementorū ad numerum aliquem referrent.Cuius rei & Beda & Ioannes Sacrobuſtanus meminere,& alij complures: verùm in ea ſignificatione & non conſentiunt,nec admodùm ſibi conſtant,de qua numerandi ratione huiuſmodi inueni verſiculos.

Poſsidet A.numeros quingentos ordine recto.
Atque trecentos B.per ſe retinere videtur.
Non pluſquàm centum C.litera fertur habere.
Litera D.velut A,quingentos ſignificabit.
Litera ducentos E.quinquaginta tenebit.
Sexta quadringētos gerit F.qua differt ab alpha.
G. quadringentos demonſtrans cura patebit.
H. deſignatos numeros dat habere ducentos.
I.C.compar erit centum ſibi iure repoſcens.
K.quoq; centenos & quinquaginta tenebit.

L. quinquaginta tibi ſimpliciter retinebit.
M. caput eſt numeri quia mille videtur habere.
N. noningentos numerum deſignat habendum.
Vndenos facit O. ſic dignoſces numerando.
P. ſimilem cum G. numerũ monſtratur habere.
Q. velut A. cum D. quingentos vult retinere.
Octingenta dabit R. ſi quis eam numerarit.
S. verò ſeptenos numeratim ſignificabit.
T. tibi centenos & ſexaginta tenebit.
V. ſemper tibi quinq; dabit bene ſi numerabis.
X. ſemper denos numeranti dat retinendos.
Y. vult centenos & quinquaginta teneri.
Vltima zeta canit numeros bis mille teneri.
Sed iſta de fęce haurire forte videbimur, quare ad illuſtriores pauló numeros tranſeo.

QVEMADMODVM ROMANI omnes numeros literis ſignificarint, & de multiplici earum ſerie, tum qua orationis forma efferri conueniat. Cap. XI.

HIC paucis aperiam, quo modo Romani literis ſeptem, de quibus antè diximus, I. V. X. L. C. D. M. omnes numeros breuitatis gratia deſcripſerũt. quod non parũ cõducit ad eos ſcriptores rectè intelligẽdos, qui res numeroſas complexi ſunt, ſiue terrarum dimenſa ſpacia, vt cum primis eſt Plinius: aut ingentes acceptæ & expẽſæ pecuniæ ſummas, vt in multis actionibus Cicero,

cero, è quibus lector in hac numerandi ratione parum exercitatus, ægrè ſe expediet. De quibus ſi quid ante me quiſquam annotaſſet, potuiſſet hæc diligentiæ pars veluti ſuperuacua criminari. Nam logiſticen quam inſtitui, & alterã quæ ꝓpriè Arithmetice dicitur, quam plures alij, aliorũ ſcripta imitantes & mutantes, tradiderunt. Qui iſta rudimenta ſi ſcripſiſſent, mihi huius opuſculi poſt alios texendi non fuiſſet forte honeſta occaſio. Sed nunc de re incipiam: Modus notandi numeros per elemẽta, de quib⁹ ſuperiùs ſcripſimus, vſque ad mille (qui nobis in ſimplici voce maximus eſt) facilis eſt, nec quidquam habet obſeruationis, vt I.II.III, IIII.V.VI.VII.VIII.IX. X.XX.XXX.XL.L.LX. LXX. LXXX. XC. deinde C.CCC.D.DCCC. poſteà M. in hac numerorum forma minor maiori, qui deinceps eſt, tantum quantũ ipſa ſignificat detrahit: vt I. huic X præpoſita efficit eum vnitate minorem: ſic X. notę L. & C. denarium detrahit, non tamen perinde I. quinarii notæ præpoſita efficit IIII. tametſi ſimilis ſit ratio: ſcribuntur quoque liberius numeri ſæpius ſimplicibus repetitis, quod etſi breuius fieri poſſet, non tamen eſt argumentum numeri deprauati, velut apud Frontinum libro pri ore VIIII.XXXX & CCCCCC. inueniuntur qui breuius ſed non neceſſariò ſcribuntur, IX. XL.DC. Secundus ordo eſt à millenario, quem

minoribus

minoribus omnibus ſubijcimus,non vt numeratur,ſed vt geminetur diuerſa ratione quàm in prima ſerie,vt IIM.IIIM.IIIIM.ſunt bis,ter,quater mille,ſimili XM.LM.CM.& DM.intellige quingēta & cētena milia. Nihilominus tamē XLM. XC.quadraginta & nonaginta milia ſunt,niſi diſtinctione fiant duæ numerorum ſeries, veluti XX.C.M.ſunt vicies cētena milia.Cęterùm duo milia,ſunt qui geminato elemento ſcribi oportere exiſtimant,vt MM.& tria milia,MMM.quam geminationem apud Ciceronem in quinta tantùm Verrina actione ſæpiùs poſitam inuenio, ſed vt puto deprauatè:eſt enim tota illa oratio in numeris ſuſpecta,neq; duorum aut trium miliū interpretatio loco conuenit.Apud Plinium verò libro III.cap.XXVI.pro MM.paſſuum, IIIIM. paſſuum legendum eſſe exiſtimo.Proinde ſi litera hæc geminetur,neq; ſuſpitio eſt vitioſæ ſcripturæ,ſignificari opinor decies centena milia,hoc eſt iuxta vulgatam numerandi formā,mille milia,q̄ ſi ſcriberētur,X.C.M.ambigeretur an X. p̄ ſe decies efficeret,an cū C.cōiunctū nonaginta. Hinc fit,vt eum numerum geminato MM exprimant,veluti apud Columellam: Capita caſtanearum recipiant MM.DCCC.LXXX.hoc eſt,niſi me fallit calculus, Decies centena milia octingenta & octoginta,ſeu quod idem eſt,mille milia &c.ſed ea forma dicendi rariſsimè ſunt vſi.

Secun-

Secundus itaque ordo(vt redeam vnde ſum digreſſus)eſt quo creſcunt p̄ dena milia,vt X.XX. &c.vſq; ad XC.M.hoc eſt,nonaginta milia.Tertio deinde loco creſcũt p̄ cẽtena milia,vt C.CC. M.vſq; ad DCCCC.M.hoc eſt,nongenta milia. Eſtq; in hoc ordine efferẽdi ratio duplex,nã aut ducenta,trecẽta, quadringẽta milia dicimus,aut bis,ter,quater,centena milia.In quo diligẽter aduertendum eſt,ſi dictio ſimplex aut cõpoſita numeri in aduerbium deflexa, iungatur cum genitiuo paſſuum,nummûm, aut ſeſtertiûm : aut hac nota HS deſcriptũ, non interpoſitis alijs numeris,ſubauditur perpetuò C.M.hoc eſt,centena milia,vt apud Ciceronem in Prætura vrbana quinquies HS.intellige quinquies centena milia , ſeu quod idem eſt,quingenta milia ſeſtertiûm.Deeſt alterutrum tantum,vt apud eundem, Accepi vicies ducenta,ſubaudi milia.Item alibi , Expenſa retulit quadragies centena,ſubaudi milia:quod literis tantùm deſcriptis ſic eſt ,XL.C,M. vulgaribus verò notis ad hunc modum ,4000000. hoc eſt, vt nunc loquimur , quater mille milia.

Quartus ordo eſt per decies,vicies,tricies,& cætera vſque ad nonagies centena milia,vt XC.C. M.in quo ordine idem obſeruandum eſt de numeris ſubaudiendis,quod in ſuperiore,ſit itaque huius ordinis maximus ꝓpoſitus numerus nuſq̃ ſede vacua, XC,DCCC.XCIX.M.DCCCC.

XCIX

XCIX.hoc eſt,nonagies nõgenta nonaginta nouem milia nõgenti nonaginta nouem,vulgaribus notis, 9999999, qui numerus quod oẽs partes plenas continet,breuiari non poteſt. Vulgata dictione ſic efferimus, nonies mille & nonaginta nouem milia nongenti nonaginta nouem,quo dicendi modo veteres non ſunt vſi niſi raro: fortè ad imitationem Græcorum,vt apud Ciceronem in III,Verrina,Dedi cohorti prętoriæ mille ſexcenta triginta quinq; milia quadringẽtos XVII. nummos:ſic Græcè,Myria myriadum dixit in eadem actione ſimili forma, niſi quis neget eſſe Ciceronis iſta, quòd ex rationibus Verris ea in foro recitata ſint. Ipſe fortaſsis ſedecies centena triginta quinq; milia dixiſſet, ſeu quod idem eſt, decies ſexcẽta trigĩta quinq; milia.Quare & hoc obſeruandũ eſt,quarti & tertij ordinis numeros ſine diſcrimine in alterutrũ transferri poſſe,quãdo conſtant compoſitis, vt decies centena ſimplices ſunt,nec aliter efferuntur,q̃ ad iſtum modum, ſed dum alterum aut vtrumque componitur,vtroq; verſum tranſmiſſo numero,idem ſignificatur:vt apud Ciceronẽ in III.actione Verrina, Accepi vicies ducẽta M.transfer ex quarto in tertiũ ordinẽ,erũtdeciesquadringẽta M,aut cõtrà,quadragies centena M.quod vtrumq; eſt more vulgato,4000000.hoc eſt,quater mille milia Item,octuagies quingenta M.& octuagies quin-

quies

quies centena M,tantundem eſt : vulgato more 8500000.Quòd ſi priſcam numerandi conſue udinem ad conſuetam referre ſtudes, in quarto ordine quoties numeras dena, toties effer mille milia per vnitatem,vt vicies centena M.erunt bis mille milia,quadragies ſexcenta M, fient quater mille & ſexcenta milia. Item vicies bis,centena milia,bis mille ac ducenta milia: nam minorem ex quarto reijcere oportet prius ad tertium ordinem,vt vicies bis centena, ſunt vicies ducenta,deinde vulgari more bis mille ac ducẽta milia, quę ſic literis excipimus XX.CC.M.aut XXII. C.M.aut II·M,CC.M.quorum poſtremus eſt recens,& apud ſcriptores minùs vſitatus : quartus itaque ordo, vt ſemel finiam,omnem numerum centuria minorem continet deflexum in aduerbium, qui ſi per ſe efferatur, ſimplices tertij & ſecundi ordinis numeri ſunt ſubaudiendi,vt quadragies ſeſtertiûm, nummûm, paſſuum, ſunt quadragies centena milia.Hæc ratio Plinij lectioni lucis aliquid attulerit,quę eſt libro XXXIII cap.X.Non erat,inquit,apud antiquos numerus vltra centum milia, itaq; & hodie multiplicãtur hæc,vt decies centena milia.Quia aduerbia numerandi multiplicant quòd per ſe maius effici nequit. Quintus ordo eſt per centies ducenties, &c.vſq; ad nongẽties,cũ prioris ordinis numerorũ multiplicatione CC.XX.CM.id eſt,ducen

ties

ties vicies centena M.vulgari modo ſunt decies, vicies vſque ad nonagies mille M.Gręci pro his dicunt myria myriadum.Deinde per millies, vt bis,ter,quater,& nonies,millies, ſubauditis reliquis omnibus,ſi ſoli in hoc ordine ponantur, vt apud Tacitum,Nouies millies HS. ſunt nouies, millies,centies,decies centena milia:vulgato autem more,nongẽties mille milia, 900000000. Græci hic dicerent,dena myria myriadum.Deinde decies,vicies,& nonagies millies,vt in Sue tonio,vicies ſepties millies nummûm,ſunt more noſtro,bis millies ſeptingenta mille milia: Gręcè,ducenta & ſeptuaginta myria myriadum:per notas vulgares,2700000000. Vltra hos non inueni,ſed ſi offerantur, ſatis me oſtendiſſe puto,quomodò aut in notas,aut in noſtram vulgatam conſuetudinem redigi poſsint. Poſtremò & illud ſatis cõſtare arbitror,in literis quoq; deſide rariſæpe C.& M.quę iuxta vetuſtã numerãdi ra tionem ſunt addenda, vt ſi notatus ſit numerus, XV·XX.hoc eſt,quindecies vicena legendũ eſt, quindecies centena viginti milia: ſic apud Ciceronem in quarta Verrina, XVI.XX. DCCC. XXIX.quomodò legendum ſit, ordinum ratio exigit,videlicet,decies ſexies centena viginti milia octingẽta viginti nouem. Item alibi apud eũdem,XXII.LXX.CCCC.lege,vicies bis centena milia quadringenta.

De nume

DE NVMERIS GRAECORVM conſuetudine per literas ſignatis, ex Herodiano Grammatico, alijſq; quibuſdam eodem ſpectantibus. Cap. XII.

EST & operæpretium ſcire numerandi modum per Græca elementa, quando ad iſtum modum numeri crebrò ſignātur, & ſecretius numerandi vſus id nonnunquam requirit. Eſt enim in decretis Canonicis ex Niceno concilio inſtitutum, vt literas quas formatas vocant, ſignent epiſcopi in ſacra receptis, numero eo quem exprimunt, Patris, Filij, & ſancti Spiritus elemēta Græca prima, Petriq; Apoſtoli prima: item eius epiſcopi qui ſcribit prima: eius ad quem ſcribitur teſtificandę rei cauſa, ſecunda: eius qui accipit, tertia: tum alia quædam, è quibus omnibus numerū collectum fidei loco adſcribēdum, decretum eſt. Neq; piguit Herodianum Alexandrinum hac de re ſcribere, quem ferè ad verbum hic ſubiecimus, ex libello quem de numeris reliquit. Vnum quidē, inquit, ἰῶτα vnum ſignificat, binariū verò duo II. ſimiliter reliqua vſque ad quatuor. Quinque elemento Π, eſt enim numeri prima litera: deinde adiecto ἰῶτα vſq; ad nouem: decem verò Δ, viginti ΔΔ, vſq; ad quadraginta literis geminatis. Quinquaginta autem efficit Π, intra ſe Δ comprehendēs [Δ]. Sexaginta altero Δ ſequenti, aliaq; ſimiliter vſq; ad nonaginta. Centum verò Η, ducen

ducenta ϰϰ, quingenta eodẽ modo ϰ concluſa intra IĦI, ac deinde alijs adiectis vſq; ad nongenta: Mille verò X. duo milia XX. eodem modo vt in ſuperiore. Myria autem, id eſt, dena milia M. Deinde totum alphabetum in tres ſeries partiuntur, vnicuiq; nota vna adiecta, vt fiãt in qualibet ſerie figuræ nouẽ. Prima eſt ab α vſq; ad ἰῶτα, ſexto loco hac nota ς interpoſita, ad ſignificandnm numeros intra denarium: vt α β γ Δ ε ς ζ ϰ θ, ſunt I. II. III. IIII. V. VI. VII. VIII. IX. Secunda denariorum eſt vſq; ad centũ, hoc ſigno ϟ pro XC. vltimo loco adiecto, ab ἰῶτα per literarum conſequentiam vſque ad ϛ, ut ι κ λ μ ν ξ ο π ϟ, ſunt X. XX. XXX. XL. LX. LXX. LXXX. XC Hinc vſq; ad finẽ, & nono loco ϡ p DCCCC. adiecto. Singulis his literis ſi nota toni acuti ſubijciatur, mille ſignificat toties, quoties ipſa per ſe vnum. Piſiſtratus quoq; tyrannus, qui libros Homeri in hunc ordinem, vt nunc habemus, digeſſit, ſingulos literis quoque notauit, eo ordine quo ſunt in alphabeto, nullis ſignis interpoſitis, vt α primũ, ω viceſimũ quartũ ſignificet. Id quod poſteà apodixes geometricę imitatæ ſunt in linearũ extremitatibus & pũctis deſignãdis: vt apud Ciceronem libro ſecundo epiſtolarum ad Atticum epiſtola tertia, ἔσω μὲν ὄψις α: τὸ δὲ ὁρώμενον βγ. ἀκτῖνες, δ' καὶ ε. quæ literarum diſtributio non numerandi officio, ſed ad ordinem partium in magnitu-

magnitudine deſignandum accommodanda eſt.

DE VETVSTA QVADAM COMPVtandi ratione, q̃ fit digitorum flexu. Cap. XIII.

PEruetus eſt computandi ratio, quæ digitorũ vario flexu exprimitur, à Beda Anglo Saxone loquela digitorum dicta: quam homines primum perfectione numeri quæ in digitis eſt, & flectendi in ſeſe & ad alios commoditate admonitos, excogitaſſe dubium non eſt: vt quod exprimere oratione nollent, id iucunda & arguta digitorum geſticulatione ſignificarent. Quare & Arithmetici numeros ſimplices digitos, alios autem articulos nominant: vnde eſt in Artaxerxis hiſtoria, Orontem generum regis, quum à ſocero indignatione quadam reiectus eſſet, dixiſſe, principum animos perſimiles videri Arithmeticorũ digitis: nam ſicut computando nunc myriada, nunc monada digitorũ geſtu conficiunt: ſic quoque qui à regibus toti pendent, modò valent plurimũ, modo ab honoris gradu deuoluti, alijs ſunt deriſui. Sunt qui putant Quintilianum eodem reſpexiſſe, quo loco ait, Si actor non dico ſi circa ſummas trepidat, ſed digitorum ſolùm imperito aut indecoro geſtu à computatione diſſentit, iudicatur indoctus: quo loco Quintilianum non arbitror reſpicere ad hanc numerandi rationem; agit enim orator apud imperitam multitudinẽ ſæpe, qui hæc ſubtilia non aſſequitur. Inuenio ta-

men eundem alio loco,qui eſt libro IX. de for-mando geſtu, apertè de hac digitorum geſticulatione loqui. Nam geſtum,inquit, poculum poſcẽtis,aut verbera minantis,aut numerum quingentorum flexo pollice efficientis: quo loco ſine dubitatione de hoc numerandi modo ſcribit. Exprimitur enim is numerus in dextra manu, pollice verſus palmam in literæ Grȩcæ Γ.morem flexo, qui geſtus ridiculus eſſet. Iis qui quinquaginta eo loci legunt,hæc ratio incognita fuit: nam de dextra manu Quintilianus loquitur,in qua quingẽta non exprimuntur. Magni nominis Grammatici in ſcriptoribus explicandis, hac ignoratione computandi lapſi ſunt. Veluti Domitius Calderinus vir de re literaria bene meritus,in explicãdo verſu Iuuenalis, Dextra iam cõputat annos, quo loco neſcio quid ſe torquendo adferat,certè οὐδὲν πρὸς ἔπος. Idem futurum erat in Pliniana lectione libro XXXIIII.capite ſeptimo,quæ ſic habet,Prȩtereà Ianus Geminus à Numa rege dicatus,qui pacis belliq́ue argumento colitur, digitis ita figuratis,vt trecentorum LXV. dierũ nota,per ſignificationem anni,temporis, & æui ſe deum indicaret. Eſt & locus in epigrãmate Nicandri,vbi ſcitè luditur in vetulam plus nimio viuacẽ,in hoc genere numerãdi,id hocloco ſubieci

ἡ πολιὴ κροτάφοισι κονίσπλις,ἡ πολύμυθος
γραῖα δ᾽ ἣν νέστωρ οὐκ ἔτι πρεσβύτατος:

ἡ φάος

ἢ φάος ἀτρήσας ἐλάφου πλέον ἢ χερὶ λαιῇ
γῆρας ἀριθμεῖσθαι δεύτερον ἀρξαμένη.

PROXIMAE RATIONIS NVMERA-riȩ enumeratio ex Beda Anglo ſaxone.Ca.XIIII

MAnſiſſet hæc ars poſteris incognita,niſi repertum eſſet Bedæ eruditiſsimi ſcriptoris volumen inſcriptum de temporibus & natura rerum,quod totam hanc χειρονομίαν quàm abſolutiſsimè continet. Ideoque ad verbum ſubiecimus.Neque enim,ait,contemnenda paruíue pēdenda eſt regula,cuius omnes penè ſacræ expoſitores ſcripturæ, non minus q̃ literarum figuras monſtrantur amplexi. Denique & multi alij alias, & ipſe diuinæ interpres hiſtoriæ Hieronymus, in euangelicæ tractatu ſententiæ huius adiumentum diſciplinæ non dubitauit aſſumere:Centeſimus,inquit,& ſexageſimus, & triceſimus fructus quanquàm de vna terra,& de vna ſemente naſcitur,tamen multùm differt in numero. XXX. referuntur ad nuptias. Nam & ipſa digitorum coniunctio quaſi molli oſculo ſe complectens & fœderans, maritum pingit & coniugem:LX.ad viduas, eò quòd in anguſtia & tribulatione ſint poſitæ: vndè & in ſuperiore digito deprimuntur: quantoq; maior eſt difficultas expertæ quondam voluptatis illecebris abſtinere,tanto maius & præmium. Porrò centeſimus

numerus,quæſo diligenter lector attende,à ſiniſtra transfertur ad dextram,& iiſdem quidem digitis,ſed non eadem manu,quibus in læua manu nuptæ ſignificantur & viduæ, circulum faciens exprimit virginitatis coronam. Cùm ergò dicis vnum, minimum in læua digitũ inflectẽs, in medium palmæ artum infiges. Cùm dicis II. ſecundum à minimo flexum ibidem pones. Cũ dicis III. tertiũ ſimiliter adflectes. Cùm dicis IIII. itidem minimum leuabis. Cùm dicis V. ſecundum à minimo ſimiliter eriges. Cùm dicis VI. tertium nihilominꝰ leuabis, medio duntaxat ſolo qui medicus appellatur, in medium palmæ fixo. Cùm dicis VII. minimũ ſolum, cæteris interim leuatis, ſuper palmæ radicem pones. Iuxta quod cùm dicis VIII. medicũ: cùm dicis IX. impudicũ è regione cõpones. Cùm dicis X, vnguem indicis in medio figes artu pollicis. Cùm dicis XX, ſummitatem pollicis inter

1



4



2



5



3



6



medios

medios indicis & impudici artus immittes. Cũ dicis XXX, vngues indicis & pollicis blando coniunges amplexu. Cùm dicis XL, interiora pol licis lateri vel dorſo indicis ſuperduces, ambobus duntaxat erectis. Cùm dicis L, pollicem exterio-

10



11



20





7



8



9

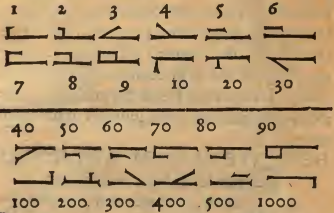
ri artui inſtar r literæ curuatum ad palmã inclinabis. Cùm dicis LX. pollicem vt ſuprà curuatum indice circunflexo diligẽter à frõte præcinges. Cùm dicis LXX, indicem vt ſuprà circũflexum pollice immiſſo ſuperimplebis, vngue dũtaxat illius erecta trans medium indicis artum. Cùm dicis LXXX. indicẽ vt ſuprà circũflexum pollice in longum tẽſo implebis, vngue uidelicet illius in medium indicis artum infixa. Cùm dicis XC. indicis inflexi vngulam radici pollicis infiges. Hactenus in læua. Centum verò in dextra, quẽadmodum X, in læua facies: CC. in dextra, quemadmodum XX. in læua. CCC. in dextra, quemadmodum

cem vmbilico impones. LXM. cùm dicis, eadem prona fœmur læuum deſuper comprehendes. LXXM. cùm dicis, eandem ſupinam fœmori ſuperpones. LXXXM. cùm dicis, eandem pronam fœmori ſuperpones. XCM. cùm dicis, eadem lũbos apprehẽdes, pollice ad inguina verſo. At verò C. & CC. &c. vſque ad DCCCCM. eodem quo diximus ordine in dextra corporis parte cõplebis. Decies autem centena milia cùm dicis, ambas ſibi manus inſertis inuicem digitis implicabis.

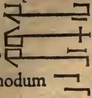
DE QVIBVSDAM ASTROLOgicis ſiue Chaldaicis numerorum notis. Cap. XV.

SVNT & aliæ quędam notæ, quibus Chaldæi & Aſtrologi quemlibet numerum artificioſè & argutè deſcribunt ſcitu periucundæ, quas nobis communicauit Rodolphus Paludanus Nouiomagus, qui cùm mihi vel à puero propter ingenij & morum candorem arctiſsima conſuetudo eſt, homo certè ad vnguem doctus. Eas propter miram atque ingenioſam ſignificationem nolui præterire. Deſcribuntur autem directa linea ad hũc modum ——: deinde alia, quarta ferè parte brẹuiore linea, ſiniſtrorſum ad caput lineæ longioris ad nouem vſque differentias adiecta, ad ſignificandum ab vnitate vſque ad nouem numeros: quæ ſi ex inferiore parte eiuſdem lateris ſig-

nentur,ſignificant decades,in dextra autem parte ſuperiùs centurias,inferiùs verò chiliades vſq; ad nouem milia: quod facile ex figuris quas hic ſubieci,erit deprehendere.



Ex harum commixtione quilibet alij fiunt compoſiti numeri vſque ad DCCC.vnico tantũ charactere:porrò mille milia geminata nota, veluti eſt uidere in his quæ deſcripſimus.



Anno ab orbe facto 6738
Ab vrbe verò condita 2293
A Chriſto ſeruatore nato 1539
Porro M mil.ad hunc modum 1000000

DE NOTIS NVMERORVM, quas ziphras vocant. Cap. XVI.

Ziphras vocãt notas has numero decem,1,2,3,4,5,6,7,8,9,0.quarũ prima eſt vnitatis,

tatis,ſecunda binarij,9.nouenarij: o verò circularis nota,quam ex his ſolam,alij vocant Sipheram,Georgius Valla ziphram : per ſe quidẽ nihil ſignificat,ſed limitis tantùm aut regionis, in qua nullum numerum collocare volumus,locum occupat , quod apertiùs paulò pòſt ſubijciemus. Hæ ſæpiùs geminatæ,alijsque præpoſitæ & ſubiectæ,omnes numeros quàm expeditiſsimè exprimunt,habentque in numerando incredibilem cõmoditatem,ob id vſus notiſsimas maximeq; effecit communes.Cuius gentis aut hominis hoc inuentum ſit,ſeu literæ ne ſint,an potius notæ,mihi non ſatis cõſtat.D.Henricus Grauius vir Grę cè & Hebraicè eximiè doctus,Hebraicam originem mihi oſtendit,à verbo Saphar,quod ſonat, numerauit.Valla libro tertio Arithmetices capite primo,Indis Orientalibus gentibus inuentionem tribuit,argumento deſcriptionis, quæ à dextris partibus in ſiniſtras(contrario modo atque nos ſcribimus)eat,quod Chaldeis,Syris,AEgyptijs,& toti denique Orienti eſt commune. Non eſt etiam ab hac voce aliena ſonus Græcæ dictionis,vt nunc proferimus,ψηφίζειν & ψηφίσματα,quod eſt,computare & computationes: quãquàm has notulas neque Græcis neque Romanis cognitas fuiſſe exiſtimem,quod nuſquàm eas in vetuſtioribus inſcriptionibus Latinis Græcís ve(quod quidem obſeruare potui)reperimus,ne-

que hanc ipſam numerandi artem,quę his notulis fit,veteribus in uſu fuiſſe ſcriptoribus inuenio: ſed calculis vſos ſatis conſtat, cui nunc ſucceſsit numerandi ars.quæ fit nummis ſurſum ac deorſum per lineas diſtributis . Habet tamen numerorum hæc ſcriptio per ſipheras,quas vocant,vtilitatem minimè negligendam:hæ enim ſolæ idoneæ ſunt præter calculos , ad logiſticæ vſum nunc cognitam :ob id paucis quomodò his numerum notamus ,deſcribam . A dextris eſt initium,vbi figura quæ primo loco ponitur, ſe tantùm ſignificat,hoc eſt, non amplius quàm ſi ſola poneretur : diciturque hic locus limes monadicus,hoc eſt,ſingularis ſeu unitatum.Secundo loco figuræ tot decades ſignificant,quod per ſe vnitates,vt 3.ſi ſola ponatur,ternarium : ſi ſecundo loco ut hic, 30. triginta . Tertio deinde loco quæque figura centuriatim accipitur,id eſt, toties hic centum,quoties in ſecunda X,& in prima I. quarto loco ſiue limite,quæque ſignificat M.quinto XM.ſexto CM. ſeptimo decies centena milia, ſiue mille M.octauo centies decies centena milia,eodem modo ad infinita per decupla ſcandendum . Solent commoditatis cauſa quartumlimitem apice ſignare, quo expeditius numeri efferri poſſent . Nam toties mille in ſe multiplicatum efferri oportet,quoties apicibus numerus notatus eſt,vt 1000000000.ſunt iuxta vul-

gatam

gatam dictionē millies mille milia, Præterea prima nota cum ſecunda coniunctim ſemper effertur, & deinceps quicquid limiti ſignato verſus ſiniſtram proximum eſt: tertia autem profertur purè, & quidem per centuriam. Expreſſurus itaque numerum, initium duc à ſiniſtra in dextram, reſpiciens ad limitem proximè ſignatum, vt 2 4 3 5 4 2 7 8. veterum more effer, ducenties quadragies ter centena quinquaginta quatuor milia, vulgato, vicies quater mille milia trecenta quinquaginta quatuor milia ducēta ſeptuaginta octo.

DE ADDITIONE. Cap. XVII.

SEcunda numerationis ſiue cōputationis pars additio eſt, quam & compoſitionem vocant. Ea eſt plurium numerorum in vnam ſummam comprehenſio: qui ſi intra denarium ſunt, non arte ſed naturæ iudicio colliguntur, vt 2, 3, 7, 9, ſunt 21. Sin numeri cōpoſiti ſint, & plures explerunt limites, vt 321, 124, 530. deſcribēdi ſunt, vt primi limitis notæ ex perpendiculo ſurſum & deorſum ſibi reſpondeant: ſimili modo & aliorū limitum notæ,

3	2	1				
1	2	4	Nō aūt ad hūc modū			
5	3	0.		3	2	1
				1	2	4
			6	3	0.	

Nam

Nam ea eſt inepta numerorum ad praxim deſcriptio. Deinde ad dextram numeri omnes à ſupremo ad infimum vſque ſunt coniūgendi, & quod ex ea compoſitione prouenit, inferiore loco ſub linea directa ſubſcribendum, vt primo limiti exactè reſpondeat. Eodem modo in ſecundo & tertio limite faciendum, donec ad vltimum in ſiniſtram partem peruenerimus, vt in ſuperiore numero, 1 & 4 ſunt 5. nota circularis enim nihil auget aut minuit: tum in ſecūdo 2 & 2 & 3, ſunt 7: deinde in tertio, 3 & 1 & 5, efficiunt 9, qui tres numeri ordine collecti & ſub linea deſcripti, ſunt 9 7 5 ſumma, trium deſcriptorum.

Siniſtrum.	3	2	1	Dextrum.
Retrò.	1	2	4	Antè.
	5	3	0.	
	9	7	5	

Quòd ſi numerus alicuius limitis denarius fuerit, aut eo maior, ſub linea ſcribenda eſt nota prior, id eſt dexterior: poſterior verò compoſitioni ſequenti addenda. ſed ea ne memoria excidat, cauendum eſt.

2	3	5	4
	6	2	0
		7	6
3	0	5	0

Ad dextram

Ad dextram ſunt 4 & 6, faciunt 10.huius prior ſcribenda ſub linea:poſterior nota 1.adiungenda eſt ſecundi limitis numero, vt 5 & 2 ſunt ſeptē, deinde alia 7 ſunt 14,& 1.è ſuperiore ſeruatum, efficiunt 15,cuius numeri ſubſcribe priorem etiamnum ſcilicet 5,poſteriorem 1 ſimiliter reſerua tertio,hoc modo,3 & 6,ſunt 9,huic adde qđ modo ſupererat 1,ſunt 10,eius ſimiliter ſcribe priorem 0, & ſerua 1 vltimo addendum: igitur 2 quæ ſola in hoc limite ſunt, & 1 ſuperius ſeruatum,ſunt tria,ſumma itaque ſuperiori 3 0 5 0. Vides in hoc exemplo nihil referre, ſi non omnes numeri æquè multos habeant limites, modò ex perpendiculo ſuperiores inferioribus reſpondeant.Commoditatis eſt in hac parte numerationis,maiorem numerum ſuperiore loco ſcribere minores inferiore:in alijs etiam,neceſsitatis.

DE SVBTRACTIONE. Cap. XVIII.

SVbtractio eſt duobus numeris propoſitis maiore & minore,tertii inuentio quo maior minorem excedit.Deſcriptis numeris maiore ſuperius minore inferius,vt ſingula ſuperiora ad vnguem inferioribus reſpondeant,à dextra auferendus eſt inferior à ſuperiore, & quod ſupereſt ſub linea deſcribatur,deinde ſiniſtrorſū, donec quēque inferiorem à ſuperiore deduxeris,reſiduo ſub

linea

linea notato:o,id eſt nihil,à ſupiore ſublato relinquũtur 2,q̃ ſubſcribere oportet,& 3 à 5 ſupſũt 2 et 4 à 6,2:& 7 ab 8,1.Sũma igitur reſidui 1 2 2 2.

8	6	5	2
7	4	3	o.
1	2	2	2

Si fuerit ſuperior minor inferiore,aut nota circularis,adijciendus eſt ei cogitatione denarius, & inferiori proximo verſus ſiniſtram vnitas,hoc pacto,5 à 14,nam ei cogitatione acceſsit denarius, relinquuntur 9 : deinde inferius ſecundo loco vbi ſunt 4 dic 5 (adiecta eſt enim vnitas)à 5,ſupereſt nihil,ſcribe notam o,& o ab o, manet o, & 2 à 3,ſupereſt 1. Reſiduum vniuerſum 1009.

3	o	5	4
2	o	4	5.
1	o	o	9.

Si fuerint in ſuperiore plures notæ circulares, & non niſi tertio aut quarto vel etiam vltimo loco, poſita nota numeri, in primo ad dextram intellige 10,in reliquis verò 9 : inferiori autem adde vnitatem ſuper quem nota numeri ponitur, vt à 7000 ſi auferãtur 2436, Age 6 ab 10,ſuperſunt 4,& 3 à 9, 6 : 4 à 9,5 & 3 : ablatis (nam ei acceſsit ad æqualitatis compenſationem vnũ) à 7,ſuperſunt 4.

7 o o o

7	0	0	0
2	4	3	6
4	5	6	4.

DE MVLTIPLICATIONE parte IIII. Cap, XIX.

MVltiplicatio eſt per quam numer⁹ in ſe aut alium productus maior redditur, vt ter 4, ſunt nouem. Alij ſic, eſt propoſitis duobus numeris tertij inuentio, in quo multiplicatum toties continetur, quoties multiplicans vnitatem comprehendit. Horum unus dicitur multiplicans: qui per aduerbium effertur: alter multiplicãdus: poſtremus productus, vt decies centena efficiunt mille, 10 multiplicans: 100 multiplicandus: 1000 productus: vbi manifeſtum eſt, toties in producto contineri multiplicandum, quoties in multiplicante eſt vnitas. Numeri ſimplices multiplicantur ad hunc modum. Deſcriptis altero ſuperius altero inferius, quantum quiſque à denario differt, è regione dextrorſum ſcribitur, vt ſepties octo adſcriptis differentijs, quibus à denario diſtant, deſcribuntur hoc modo.

8	2
7	3

Deinde multiplica differentias in ſe, bis 3 ſunt 6, idq;

6, idque deſcribatur priore loco: poſtremo aufer differentiam ſuperioris à numero inferiore, aut contrà, & quod ſupereſt, ſcribe ſecundo loco, veluti 2 à 7 ablatis, aut 3 ab 8, ſuperſunt 5, quæ ſubiunge priori notæ ad ſiniſtram. Sunt igitur ſepties 8, 56.

	8 2		8 2
	7 3		8 2
Septies 8,	5 6	Octies 8,	6 4

Sed ſi multiplicandus compoſitus fuerit numerus, multiplicans ſimplex, vt Ter ducenta viginti, deſcripto maiore numero, & minore ſeu multiplicante ſub eo ad dextram, ducere oportet multiplicantē in ſingulas notas numeri ſuperioris, & quod ex eo ductu prouenit ſub linea deſcribere. Ter 0 nihil eſt: ſubſcribe igitur 0, deinde ter 2 ſunt 6, appone priori ſub linea uerſus ſiniſtram: poſtremò ter 2, ſunt quoque 6, ſubſcripto & eo, ſunt 6 6 0.

2 2 0
3
6 6 0

Quòd ſi numerus proueniens ex ductu multiplicantis & aliqua ſuperiorum notarum duabus ſcribendus ſit figuris: ſubſcribe tantùm priorem, poſteriore reſeruata ad ſequentem: idq; toties do-

nec

nec ad vltimum peruentum ſit,quater 3 ſunt 12 ſubſcriptis 2, 1 ſeruetur ad ſequentem: deinde quater 6 ſunt adiecto 1, 25. rurſus ſeruata 2, ſcribe priorem 5: deinde quater 5, ſunt 20, & adiecta nota ſuperius ſeruata 22, ea deſcribe integrè

5	6	3	4
			4
2 2	5	2	

Quòd ſi multiplicans pluribus deſcribetur figuris, vnamquamque figurâm multiplicantis ducemus in ſingulas notas numeri multiplicandi: ſubſcripto itaque multiplicante, vt ſuperiora inferioribus ad vnguem reſpondeant, prima multiplicantis in ſingulas figuras numeri ſuperioris multiplicetur, iuxta modum ſuperius expoſitum. Eodem modo ſecunda multiplicantis: ſed quod ex ſecundæ notæ multiplicatione prouenit, ſcribere oportet loco adhuc inferiore, & magis in ſiniſtram, videlicet ſub figuris numeri multiplicantis, vt vicies ter, 2 0 3 6. Age hoc modo, numeris deſcriptis ut oportet, ter 6, ſunt 18, ſubſcripto 8 infra lineam ſub 3, & 1 ſerua ſequenti numero, tum ter 3 ſunt 9, & ſuperius ſeruatum 1 ſunt 10, eius ſubſcribe ſiniſtrorſum o ſub 2, reliquam ſimiliter ſerua poſteriori addendam, deinde ter o nihil efficit, ſcribe igitur quod ſuperius ſeruabatur 1, tertio loco ſub o: poſtremò ter 2 ſunt 6, ſcribe vltimo loco ſub 2. Poſteà ſecundam multipli-

cantis figuram pari modo duc in ſingulas ſuperiorum, ſed productum ſcribe loco inferiore, & magis ad ſiniſtram ſub ſecunda multiplicantis, vt bis 6 ſunt 12, ſcribe 2 inferius ſub o, ſerua 1 ſequenti addendum: deinde bis 3 ſunt 6, & 1 ſuperius ſeruatum fiunt 7, quæ ſcribe ſiniſtrorſum ſub 1: deinde bis o, nihil efficit, ſcribe igitur figuram nihili ſub 6: poſtremò bis 2 ſunt 4, ea ſcribe poſtremo ad ſiniſtram loco.

	2	o	3	6
			2	3
	6	1	o	8
4	o	7	2	

Eos deinde iuxta additionis præceptum collige in vnam ſummam, fiunt 4 6 8 2 8: tot enim efficiunt vicies ter, IIMXXXVI.

Magno vſui eſt hæc numerandi pars, præſertim ad inueniendum numerum partium quæ ſunt in integris: vt ſi quot pedum iugerum ſit, ſcire velis (eſt enim iugerum ager longitudine pedum 240. latitudine 120.) multiplica ducenta quadraginta, per centum viginti. Sic age numeris deſcriptis, o ad o ductum efficit o, ſcribe o inferius ſub o: ſimili modo notam hanc circularem, ſimiliter ad duas ſequentes ſcilicet, 4 & 2, & eueniet tres notæ circulares ſub linea, hoc modo, o o o: deinde ſume ſecundam figuram multiplicantis, bis

o efficit

ō efficit nihil, ſcribe itaque adhuc inferius o, & ad ſiniſtram ſub ſecunda nota circulari, tum bis 4 ſunt 8, ſcribe deinceps:& bis 2 fiunt 4, poſtremò tertiam figuram multiplicantis confer eodem modo,& ſcribe ſub 8,o.deinde 4 ſub 4, & poſtremò 2,nam vnum non multiplicat.

		2	4	0
		1	2	0
		0	0	0
	4	8	0	
2	4	0		

Ea collige,fiunt ſummatim 2 8 8 o ō, quot pedes quadratos continet iugerum. Confer huc Quintiliani caput XVIII.libri primi,quod ſine hoc numerandi artificio planè intelligi non poteſt. Diſſoluuntur hoc artificio ſæpe iucundę quæſtiones numerorum,quos alioqui difficile eſſet inuenire : vt quot verſibus contineatur Ilias Homeri deſcripta in paginas CCCXII.quarum quęq; cōtinet verſus vtrinq; deſcriptos XXV.Id cui ſcire libet(Veteres enim eius rei cognoſcẽdæ non incurioſos fuiſſe,ex fine operũ Ioſephi clariſſimiſcriptoris deprehẽdimus) :numerũ paginarũ 3 1 2. multiplicet per numerum verſuũ,qui ſunt in qualibet pagina 50. fiet ſumma verſuum, qui ſunt in toto opere,X V MDC minus tribus, qui deſunt vltimæ paginæ,quo minus plena ſit,& il-

lo quem grammatici nothum cenſuerunt in II. libro, σκῆπτρόν τ' ἠ δὲ θέμιςας ἵνα σφίσι βασιλεύῃ. Id ſi quis craſsiore modo numerare velit, inueniet ita, vti diximus, ſeſe habere.

DE DIVISIONE V. PARTE Logiſticæ. Cap. XX.

DIuiſio ſuperiori contraria eſt: fit enim dum maiorem per minorem partimur, ſeu dum oſtẽditur, quoties minor in maiore cõtinetur, vt ſi 20 per 4 diuido, hoc ago vt oſtendã, quoties 4 in 20 contineantur. Hanc ſolam partem aggredimur à læua progredientes in dextram. Deſcripto numero diuidendo & diuiſore ſiue diuidente, id eſt, per quem diuiditur, ſub vltima nota collocato, quoties in ſuperiore continetur, longius ad dextram poſt lineam rotundatam deſcribe ſimplici figura: ſi quid ſuperfuerit, numera cũ ſequenti ad dextram. Age itaque 7 4 8 diuiſurus per 4, deſcribe ſub 7 vltima nimirum 4, tum in hunc modũ, 4 in 7 continentur ſemel ſcribe igitur ad curuam lineam lõgius dextrorſum 1, & ſuperſunt 3, ea ſcribe ſupra 7, prius tamen ſeptenarij figura tranſuerſa linea tranſpũcta, quo memoria ſit nunc eã pro nihilo haberi: ijs ſic abſolutis, transfer 3 dextrorſum ſub 4, quæ cum 4 ante ſupra ſeptenariam collocato, ſunt 34: quoties igitur cogitabis, 4 quæ infra

ponuntur

ponuntur in 345 octies,& ſuperſunt 2,quæ ſcri be ſimiliter ſupra 4,& 8 ſubiunge 1,poſt lineam curuam poſitæ : transfer deinde 4 dextrorſum ſub 8,ac vide quoties 4 in 28, (nam 2 ſtatim reſidua ad hanc notá 8 referre oportet) ſepties: 7 itaque tertio loco ſcribe quo loco curua eſt li nea, vbi erunt 1 8 7: toties enim 4, continetur à numero diuidendo 7 4 8.

3 2
7 4 8 diuidendus.
4, 4, 4, diuiſor (1 8 7 ꝓduct⁹.

Si autem prima figura numeri diuidendi ad læuam minor diuiſore fuerit,diuiſorem transferre oportet ſub proximè ſequẽtem,vt 5 in 26,ſunt quinquies,& ſupereſt 1,id ſcribe ſupra 6,& quin quies hoc eſt 5,repone ad dextram: transfer deinde 5 ſub 0,quę efficit cum 1 poſita ſupra 6,10: dic igitur 5 in ijs eſſe 2 hoc eſt bis, quæ ſcribe dextrorſum quoque,vbi ſunt 5 : eruntque ſimul 52, numerus ex diuiſione productus.

1
2 6 0 (52
5, 5

Quòd ſi diuiſor pluribꝰ deſcribatur figuris,vt 2 6 4 p 12.de eo ſic age ſubiecto diuiſore, vt nota 1 ſub nota diuidẽdi 2,& altera nota diuiſoris 2, ſub 6,ſunt collatę,1 inqęs in 2 bis,& ſupereſt nihil : deinde ſecundam inferiorem toties auferre

oportebit à ſecunda ſuperiore, vt 2 bis quoque à 6 ablatis, relinquuntur 2, quæ ſcribe ſupra 6, & repone ad dextram 2 in linea circulari: bis enim vtranque figuram diuiſoris abſtuliſti à qualibet figura numeri diuidendi: deinde tranſpunctis duabus ſuperioribus, 2 & 6 ſimiliter duabus inferibus 1 & 2, diuiſorem dextrorſum & pone inferiore loco, 1 quidem ſub 6, & 2 ſub 4. Age 1 in 2 (quæ ſunt ſupra 6 ſtatim relicta) eſt bis: ſimiliter ſequens, in ſequenti ſuperiore bis: transfer itaque bis, hoc eſt 2, ad lineam rotundam, vbi ſunt altera 2, vt ſint ſimul 22, numerus ex diuiſione proueniens.

	2			
2	6	4		(22
1	2			
	1	2		

Media regione in numero diuidendo ſi occurrat nota circularis, aut minor quàm quæ notam diuiſoris aliquoties continere poſsit, transferendus eſt diuiſor ad ſequẽtem locum, & nota o ſcribenda ad lineam curuam loco eius producti. Id quod obſeruandum eſt, ſiue diuiſor ſimplex ſiue compoſitus fuerit. Prioris exemplum hic ſubiectum eſt.

		2		
9	0	8	4	
3,		3,	3	(3028

Poſterioris

Poſterioris ſit, diuiſo numero 8 2 3 8 per 2 7, collocatis numeris, 2 ſub 8, & 7 ſub 2, age 2 in 8, quater quidem habes, ſed non toties ſequentem, inferiorem ſcilicet 7 in ſequenti ſuperiore 2, quod oportuit: accipe igitur ter, vt relinquãtur 2, quę deſcribe ſupra 8: deinde 7 aufer quoque ter à 2 2, ſupereſt 1, quod deſcribe ſupra 2: deſcripto autem ternario dextrorſum ad lineam recuruam, transfer figuras diuiſoris verſus dextram duabus partibus, propterea quòd in ſecunda ſuperiore non tantum relictum eſt, vnde inferius aliquoties auferri potuit: poſita igitur propter hanc translationem nota circulari iuxta lineam vbi ſunt 3, collocatis 2 ſub 3, & 7 ſub 8, accipe 2 in ſuperiori vbi ſunt 13 quinquies, poſſes quidem ſæpius, ſed non tantum ſupereſſet vnde 7 toties quoque auferas à ſuperiore: deſcripto igitur 5 ad lineam numeri producti, & 2 ablatis quinquies à 13 ſuperius poſitis, ſuperſunt 3, deinde aufer 7 toties quoque à ſuperiore 38, ſupſunt 3, quæ diuiſione exacta diſtribui neqũt, ſed ſubiecta eis directa linea & inferius diuiſore, deſcribãtur è regione numeri producti.

2	1		3				
8	2	3	8			3	
2	7,	2	7	(305		2	7

Quæ deſcriptio quid velit, & quomodò tractanda ſit, inferius dicemus.

Hanc partem in praxi numerorum ferè ſemper cum multiplicatione coniunctam eſſe oportet, ſimplex non adhibetur, niſi numerus in plures diſtribuendus ſit, vnde etiam nomen inuenit, vt ſi vicies centena ſexaginta quatuor milia ſexcenti viginti quinque nummi, quadringentis viginti quinque ſint diſtribuenda, numeris deſcriptis per ſipheras ad hunc modum, 2 0 6 4 6 2 5, ſubijce diuiſorem 4 2 5, ita vt 4 ſub 0, & 2 ſub 6, 5 ſub 4 ſint. Reliqua ad præſcriptam regulam accommodentur. Id ego deſcriptum tantum notis ſicuti numeri in deductione occurrunt, ſubieci, vt habeant quo exerceantur, qui logiſticæ dant operam.

		2	2				
		4	3				
	3	6	4				
	4	8	8	1			
2	0	6	4	6	2	5	(4855
	4	2	5, 4	2	5		
		4	2	5			
			4	2	5		

Alias ferè coniunctim adhibentur, vt ager longus paſſus M. latitudine DCCC. multiplica 1000 per 800. fiunt paſſuū octingenta milia. id multiplica per quinque fiunt quadragies centena milia pedum quadratorum: eum numerum diuide per XXVIII.M.DCCC. pedes: tot enim

continet

continet iugerum.Numeris ad hunc modum digeſtis,quid ſequatur indicat ars diuiſionis.

			2					
			3					
		2	9					
		5	5	5				
	1	1	8	.2				
Difficil	2	2	2	6	6			
limę di	4	0	0	0	0	0	0	(138. 25600
uiſionis	2	8	8	0	0			28800
exẽplũ.		2	8	8	0	0		
			2	8	8	0	0	

In exemplis tam numeroſis diligenter animus eſt attendendus,ne priore numero aliquoties ablato,non tantum relinquatur,vnde omnes toties auferri poſsint: quapropter exemplum quod ſuperius poſui diligentiſsimam requirit cõgitationem,eſtq; non paruæ difficultatis.

DE PROGRESSIONE. Caput XXI.

PRogreſsionem quidem addunt, partem numerandi magis ſubtilem & iucundam quàm neceſſariam.Ea eſt per quam plures numeri ordine quodam ab inferioribus ad ſuperiores ſcandentes,in vnam ſummam componuntur,vt 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. vt quæque figura per ſe accipiatur;

piatur:faciuntque hanc duplicem, vnam Arithmeticam, qua numeri æquali interſtitio ad ſuperiora ſcandunt, vt 1, 2, 3, 4, ſeu 1, 3, 5. 7, 9. quarum prior continua dicitur:poſterior diſcreta. Geometrica progreſsio eſt, qua numeri oēs diſtant eodem genere proportionis,ut 1, 2,4,8, 16, & 1, 3, 9, 27. diſtant priores dupla, poſteriores tripla.

RATIO COLLIGENDI NVmeros in proportione arithmetica poſitos. Cap. XXII.

SI numerorum aſſumptorum ſeries eſt par,vt ſi ab vno progreſsi ſumus ad 100, iunge extrema,fiunt 101, ea multiplica per dimidium numeri totius ordinis,id eſt, 50 fiunt 5050.Neque refert vnde ſumatur exordium, aut quot vnitatibus diſtent inter ſe numeri, modò omnes æqualiter,nec quo perueniatur ſcandendo: tantum an ordo par ſit uel impar,intereſt. Si impar fuerit,accipe numerum qui in eo ordine eſt medius,& per hanc multiplica numerum totius ordinis,vt 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Continet ordo nouem,quæ multiplicantur per numerum in ea deſcriptione medium, ſcilicet 6. fiunt ſimul 54. Geometrica autem proportio cōtinuò maiora ſpatia tranſmittit, Ea componitur ad hunc modum:Multiplica maximum numerū

per

per eum qui proportionem denominat, à producto minimum ſeu primum aufer, & quod ſupereſt diuide per 2, ſi proportio eſt tripla: per 3, ſi eſt quadrupla: ſi proportio eſt dupla, productus nõ diuiditur: ſemper enim diuiſor eſt vnitate minor, eo qui proportionem denominat.

Addunt etiã his alij quam vocant radicũ extractionem, eamque duplicem, quadratam & cubicam, hæc nobis nihil ad logiſticen pertinere videtur, ſed ad numerorũ Theoremata, quę ſuo loco, quantum ſtudioſo ea conuenire arbitror ad rerum intelligentiam, tradam.

QVEMADMODVM EAEDEM partes logiſticæ lineis ac nummis per eas diſtributis, expediantur. Cap. XXIII

QVæcunque huc uſque deſcriptis ſipherarũ notis fieri docuimus, ea craſsiore quadam & faciliori quoque modo explicantur lineis ac nummis, pro quibus olim calculorum vſus fuit, è quibus lineæ pro limitibus ſunt, nummi pro numeris: vt ſi ternarium exprimimus hac computandi ratione, in prima, III collocamus nummos. Nam prima eſt ſimplicium numerorũ quæ ſunt infra 10. ſecunda eſt decadum: tertia centenorum: quarta chiliadum, id eſt, milium: quinta myriadum, id eſt, decem milium: ſexta centum milium: ſeptima decies centum milium, ſeu mille milium. Spatia verò quæ intra ſe lineę compre-

hendunt

hendunt, complectuntur dimidium lineæ ſuperioris, aut quintuplum inferioris. Primum itaque ſpacium ſub linea prima, dimidium eſt vnius, ſecundùm quinque, tertium quinquaginta, tum quingentorum, deinde quinque milium, deinde quinquaginta miliũ, & ita deinceps iuxta eãdem proportionem ſcãdendo ſurſum ac deorſum, veluti numeri oſtendunt linearũ quas ſubiecimus.

500000

100000 ————————

50000

10000 ————————

5000

1000 ————————

500

100 ————————

50

10 ————————

5

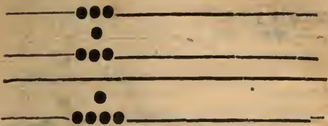
1 ————————

Quot ſunt nummi in prima linea, toties ſignificatur vnum: ſinguli in ſecunda ſignificant 10: in tertia 100: & in quarta ſinguli nummi ſinguli la ſunt milia, quibus ad hunc modum reſpondent ſipherarum notæ.

1 ————●



Sequenti deſcriptione ſpacia iungenda ſunt lineis inferioribus.

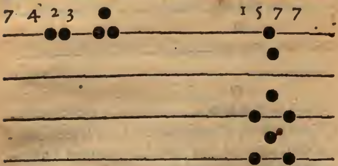


Cõponere ſiue addere facile eſt, nã ſi ſunt quinque in linea quapiam, pro his nummus vnus in ſuperiore ſpatio collocandus:pro duobus in ſpacio poſitis vnus item in ſuperiore linea.

Similiter ſubtractio facilis:nam à maiore numero poſito in abaco linearum, ſubtrahendum numerum aufer, vt ſi à 9000 auferre vis 7423, aufer è linea quarta,quæ eſt millenarij, eum qui in ſpacio eſt ſuper quartam lineam, & duos ex linea ei ſpacio ſtatim ſubiecto,tum alterum ex duobus relictis aufer, & repone ſexcenta,id eſt, vnum in linea tertia, ac vnum in ſpacio quod ſuper eam lineam eſt:ſic enim ablata quadringenta ſunt ſi pro M. poſuiſti,ſexcenta:deinde pro eo qui in tertio ſpacio eſt pone inferius in ſpacio nũmum,

mum,& adhuc inferius in linea nummos 3, ſic enim abſtuliſti 20: poſtremò reijce ex iis tribus qui ſunt in linea vnum, repoſito vno inferiori ſpatio, & duobus infimæ lineæ, hinc ſuperſunt in abaco 1 5 7 7, hac forma.

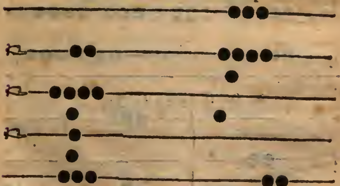
Numerus à quo ſubtrahendi ſunt. | Numerus ex ſubtractione reſidu9.



Multiplicatio fit tabula diuiſa in duas partes, ac poſito numero per nummos quem multiplicare velis in læua tabulæ parte, multiplicantem creta aut rubrica extra tabulam nota, aut mente concipe, vt ſi numerus multiplicandus ſit 2 4 6 8 per 14, id eſt, quaterdecies duo M. CCCC LVIII. qui efficiunt. Poſito digito in extremitate lineæ, in qua nummi ſunt ſupremi, finge eam primam lineam eſſe, hoc eſt vnitatum, in qua nũmum reſpectu digiti vnũ tantũ valere exiſtimamus. Eum ſublatum igitur, transfer ad dextram partem abaci in lineam ſupiorem, & adhuc quatuor nummos pone in linea inferiore, cuius extremitatem

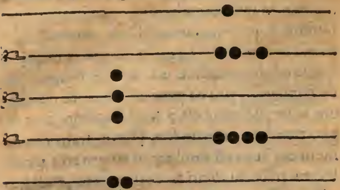
mitatem tangit ad læuam digitus:transfer eodem modo ſecundum in ſiniſtra poſitum. Age deinde digitum in inferiorem lineã, in qua ſunt quatuor nummi,& pro vno quoq; ſublato, pone ad dextram reſpectu digiti 14,tolle quoque eum qui in ſpacio eſt,digito adhuc ma ente in lineæ tertiæ extremi:ate,& pro eo pone ad dextram dimidium multiplicãtis,id eſt,7 reſpectu digiti, hinc digito translato in ſecundam lineam,transfer nũmum qui in ea eſt ſimiliter,id eſt pro eo 14 collocatis reſpectu digiti in dextro latere,& digito adhuc in ſecunda linea manente,tolle nummum qui in ſpatio eſt infra digitum,& pone ad dextrã reſpectu digiti VII. tum tres in infima linea poſitos traijce eodem modo.

2 4 6 8 per 14 multiplicata.

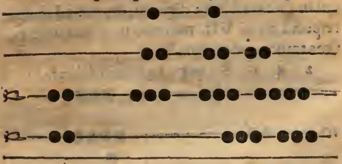


Obſerua vt nummo poſito in ſpatio digit⁹ collocetur in linea cui ſpatium eſt ſubiectum, ac ſublato nummo ex ſpatio,ad dextrum ponatur diuidentis

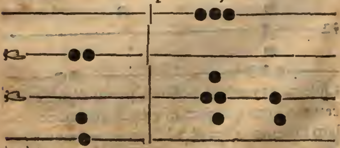
dentis numeri dimidium, vt 6 5 2 per 20 hac forma, vt ſequitur.



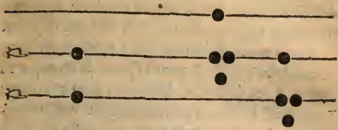
2 2 0 multiplica per 1 2 3 forma ſequenti.



2 0 6 per 1 5.

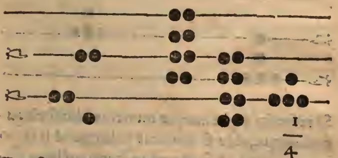


Poteſt multiplicari aliquid per numerum, & numeri partem dimidiatam, vt 11 per 12 $\frac{1}{2}$.



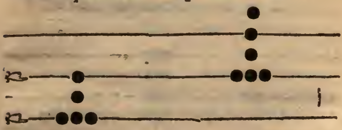
Id quod deſcriptis notis fieri non poteſt.

22 $\frac{1}{2}$ multiplicatus per 16 $\frac{1}{2}$.

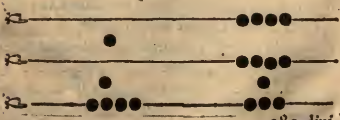


Diuiſio contrario modo fit, deſcendendo à dextro latere ad ſiniſtrum poſito numero diuidendo, in dextra parte ſit digitus in ea linea, vt reſpectu eius diuiſor integer auferri poſſit, & ſingulæ ſublationes ſingulis nummis notandæ ſunt in linea quam tangit digitus. Sit diuidendus 6 8 4 per 3 8. Pone digitum in ſecunda linea, & ablatis reſpectu eius 3 8, pone nummum ſuper li-

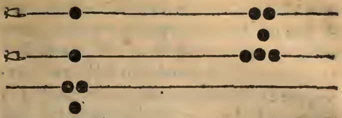
neam,quam digitus tangit ad latus ſiniſtrum.Eo pacto relinquũtur in tertia linea ad dextrã tres nummi: depoſito igitur digito ad infimam lineã, depoſitoque ex tribus vno,vt eius loco in proximè inferiori ſpatio ſit vnus , & in linea ſequenti 5: ſimili modo à ſecunda linea aufer nummum, ac eius loco vno in ſequenti ſpatio & quinque in infima linea poſitis,ac diuiſorem quoties auferre poteris,ad ſiniſtram partem ſingulas ſublationes nummo in infima linea nota,quo facto emerget numerus quæſitus in læua parte tabulæ.



Si reſpectu digiti integer numerus diuiſoris auferri nequit,vide ſi dimidius poſſit:quod ſi fit,pone nummum ad ſiniſtram in ſpatio cui linea imminet,quæ digito tãgitur,vt 4 4 8 diuiſa ꝑ 8.

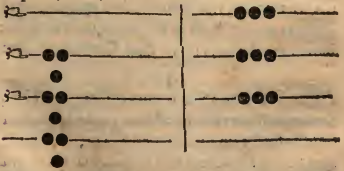


2 8 0 diuiſus per $2\frac{1}{2}$ hoc eſt duo & ſemis.



Poteſt & diuiſio fieri, ſumpta quarta parte diuiſoris reſpectu digiti, vt ſi diuiſio fiat per 12, vide poſsit ne vel quarta pars tolli, id eſt, ternarius: & cũ quoties accipis in dextra, toties pone in ſiniſtra reſpectu digiti partem quartam. Porrò pars quarta ſignatur duobus nummis in linea infra digitum poſitis, & tertio in ſpatio, quod ſub eadem linea eſt.

3 3 3 0 diuiduntur per 12, ſumpta quarta parte, id eſt, ternario.



Numerus prouenieńs 2 7 7 $\frac{1}{2}$ ſi 3 3 3 0 diuidatur per 12.

DE PARTIBVS INTEGRORũ, quas alij fractiones vocant. Cap. XXIIII.

HVcuſque de integris numeris egimus, nunc paucis de partibus pręcipiam. vnitas enim etſi ex ſua natura diuiſibilis non ſit, tamen ſi ad res pondus aut magnitudinem habentes referatur, tum ex earum rerum ſectione(vt Ariſtoteles ſcripſit in IIII. natura. auſcultationum) numerus quidem naſcitur, qui per ſe vnitates continet integras, quæ non ex Arithmetica vnitate naſcuntur, ſed magnitudinis ſectione, quæ per infinita iuxta philoſophos eſt diuiſibilis. Notatur autem numerus partium duplici ordine zipherarum, ſuperiore & inferiore, & per medium ducta linea, quorum ſuperior numerator dicitur, inferior verò denominator, vt $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{5}$ ſunt duæ tertiæ, vna quarta, vna ſecunda, duæ quintæ partes alicuius integri diuiſi in tot partes, quot continet numerus inferior, vt $\frac{3}{4}$ ſunt Germanicè drei ort. In rationibus rerum cœleſtium eſt hæc numerandi pars perneceſſaria, quandoquidem omnis ferè computatio per ſigna, & ſignorum partes explicatur. In Geographia quoq; graduum ſectiones, per quas locorum ſitus deſcribũtur, ad hanc rationem exiguntur, quapropter &

In his omnes numerandi partes operæprecium eſt tenere, quæ ſunt in integris. Adduntur autem partes partibus, ſi fuerint eiuſdem denominatoris, collectis tantum numeratoribus in vnum, vt $\frac{5}{3}$ & $\frac{4}{3}$ & $\frac{7}{3}$ ſunt $\frac{16}{3}$. Tunc ſi ſcire cupis, quot integra ſint in partiũ numero, diuide numeratorẽ ꝑ denominatorẽ, & numer⁹ qui ꝓuenit ex diuiſione oſtẽdit, quot ijs partibus contineãtur integra, vt 3 in ſedecĩ ſunt 5, & ſupeſt 1, ſunt igitur $\frac{16}{3}$, 5 integra & $\frac{1}{3}$. ſi verò denominatores diuerſi quoque fuerint, ad hunc modum erunt colligendi. Numeratores per tranſuerſum multiplicandi ſunt, qui deinde ſimul iuncti numeratorem oſtendunt, tum numerator prior per ſequentem multiplicetur, & productum erit fractionis denominator, $\frac{5}{7}$ & $\frac{3}{4}$, auge 7 per 3, & proueniunt 21, & 5 per quatuor, & proueniũt 20, ea coniuncta fiunt 41 futurus numerator: tum multiplica 7 per 4, erunt 28. fractionis denominator. erunt igitur $\frac{5}{7}$ & $\frac{3}{4}$ $\frac{41}{28}$, hoc eſt integrum, & $\frac{13}{28}$, id eſt, ſi adhuc vna illi viceſimá

octaua adijciatur dimidium integri, quādo enim denominatur bis continet numeratione, ea fracti one exprimitur integri dimidium, vt $\frac{2}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{6}, \frac{5}{10}$, idem ſunt. Sed aliarum partium, ſubtractionis nimirum & multiplicationis, & diuiſionis, facilis executio eſt, ſi eidem ſint denominatores: ſed ſi fuerint plures fractiones, & denominatores diuerſi, neque diuidi multiplicariue poſſunt, niſi redactis ijs ad communem denominatorem. De ijs ſic age, multiplica denominatorem primum per ſecundum, & productum (ſi plures ſint) per tertium, eodem modo reliqua, donec ad vltimū peruentum ſit, vt $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ multiplica 2 per 3 ſunt 6. & hæc per 4, ſunt 24, qui communis erit omnium denominator: numeratores verò inuenies ad hunc modum: multiplica 24 per cuiuſque fractionis numeratorem, & quod prouenit diuide per eiuſdem fractionis denominatorē, ſic fiunt, $\frac{1}{2}$ $\frac{12}{24}$, $\frac{2}{3}$ $\frac{16}{24}$, $\frac{3}{4}$ $\frac{18}{24}$ quę quomodò colligenda ſint, & quot efficient integra, nunc docuimus. Sunt & fractionū fractiones, vt vnius ſexageſimæ partis duæ tertiæ, & duæ quintæ partes trium ſeptimarum, ſic deſcriptæ, 2 vnius

$\frac{2}{3}$ vnius $\frac{1}{6}$ & $\frac{2}{5}$ $\frac{3}{7}$ trium ſeptimarum.
Has reducito ad ſimplices fractiones ad hũc modũ, multiplica numeratores, vt 2 per 1 ſunt 2, q numerator erit: deinde pari mõ denominatores, vt 6 per 3 fiunt 18: quare duæ tertiæ partis vnius ſextæ, fiunt $\frac{2}{18}$. Reducitur & maior denominatio ad minorem, vt $\frac{2}{18}$ ad $\frac{1}{9}$.
Numerus inueniatur per quem tam numerator quàm denominator ex æquo diuidi poterint, vt in $\frac{60}{90}$ 60 diuiſa per 6 fiunt 10, & per eundem 90 diuiſa, fiunt 15: deinde 10 diuiſa per 5, fiunt 2, & 15 per eũdem ꝓueniunt 3, ſunt igitur $\frac{60}{90}$ $\frac{2}{3}$. Poteſt & fractio vnius denominationis duci ad frctionem alterius denominationis, vt $\frac{2}{3}$ ad ſextas, auge 6 per 2, proueniunt 12, ea partire per 3, & proueniunt 4: numerator denominationis q̃ſitæ ergo $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{6}$ fiunt.

DE REGVLA PROPORTIONVM quam Detri vocant. Cap. XXV.

QVæ hactenus tradidimus numerandi veluti inſtrumenta ſunt, quibus quæſtiones numerorum explicātur, nunc reliquum eſt, vt vſum eorum regulis quibuſdam perſtringamus, quarū prima eſt regula proportionum, quam nunc corrupté vocant Detri: eſt enim tribus numeris propoſitis quarti inuentio, inter quem & tertium eadem eſt proportio, quæ inter primum & ſecundum. Primus numerus plærunque eſt rei emptæ, ſecundus prætij, tertius quæſtionis: vt 4 modij emuntur 8 aureis, quanti 20 modij proinde ementur? Quartum numerum inuenire oportet, per quem quæſtio diſſoluitur. Animaduerte quæ ſit proportio inter primum & ſecundum, vt hoc loco eſt ἐπίτριτος, quam Latiné quoquo modo ſeſquitertiam dicere poſſumus. Igitur quartus numerus ſimili proportione tertium reſpiciat, hæc ſunt 15, nam ea ſemel & tertia inſuper pars ſunt in 20, Item 2 emuntur 6, quanti igitur 8? proportio tripla eſt, quæ admonet quartum numerū fore 24. Quód ſi proportio inueniri cogitatione nequit, multiplica tertium per ſecundum, & quod prouenit diuide per primum, vt 3 efficiunt 5 quot 36?, multiplica 36 per 5 fiunt 180, ea diuide per 3 proueniunt 60, qui numerus quæſtionem diſſoluit. Diligentię eſt nume

ros ſuo loco digerere, vt primus rei ſit, ſecundus prætij certi, tertius rei, qui nomine & re ſimilis ſit primo. Item maiora in minora diuidere ante numerorum ordinationem, vt 3 vini dolia empta 60. quanti conſtant ſingulæ quartæ, quas vocant? non conſtat, niſi quot quartæ ſint in tribus dolijs ſcias: ac hunc numerum primo loco conſtituas: vt 1800 quartæ emptæ 60 ſolidis au reis, quanti 1? multiplicatio hic nulla eſt, quod tertio loco 1 ſit, diuide itaque ſecundum per primum, ſed nec illud fieri poteſt, proinde eos ſolidos ante per multplicationem in minima partiri oportet, vt in noſtrates prius albos, deinde obolos redacti 60 aurei, ſunt oboli 28800. ad hunc igitur modum deſcribantut numeri, 1800 empti 28800, quanti 1?, 14 $\frac{8}{9}$. Eſt etiam vbi hanc regulã inuerſam adhibere neceſſe eſt, vt qđ in quæſtione eſt primo ſit loco, res de cuius ratione cõſtet tertio, vt cùm tritici modius centuſſe venderetur, & quaternæ libræ panis triente, quęrũt quot libras vẽdere oportet triẽte, ſi triticũ decuſſe minoris vẽdatur, ea iuxta vulgarẽ ordinẽ ſic deſcribuntur, 100 aſſes efficiunt 4 libras, quot 90: quæ ſic inuertere oportet, 90 efficiunt libellas 4, quot igitur 100? hic quartus numerus 4, $4\frac{4}{9}$ ſoluit quæſtionem.

Item

Item humanum corpus ſeptempedale in lumine erectum vmbram efficit bipedalem, altitudinem rerum erectarum:vt arboris,aut montis,aut ædificij ſi ſcire vis,metire vmbram quam efficiunt eodem tempore, eamque pone tertio loco, reliquos in hunc modum, vmbra pedum 2 efficit longitudinem 7: quantam igitur vmbra 25 pedum(quæ ſit forte arboris), indicat altitudinem? proueniunt 8 $7,\frac{1}{2}$ pedis altitudinis, eius ædificij cuius vmbra eſt, 25 pedum.

QVOMODO AGENDVM SIT ſi qui numeri ex prædictis fractiones contineant. Cap. XXVI.

PRimo numero adſcripta fractione, auge fractionis denominatorē per integrum, & quod prouenit adde numeratori: deinde multiplica tertium,per fractionis denominatorem,& productum deſcriptum ſit tertio loco 4 $\frac{2}{3}$ efficiunt 12. quot 20? ter 4 ſunt 12,adde 2 ſunt 14, qui ſit primus numerus: itē ter 20 ſunt 60, qui ſit tertius,nunc age vt in integris,quartus eſt 15, Si medio,vt 5 efficiunt 4 & $\frac{2}{3}$ quot 10? medij integrum

mul-

multiplica per fractionis denominatorem, & qđ prouenit,adiunge numeratori , erunt 14: & primum per fractionis denominatorem fient 8, itaque numeris ad hunc modum collocatis, 8 efficiunt 14, quot 10? proueniunt $17\frac{1}{2}$. Si tertio vt 5 efficiunt 7, quot $8\frac{1}{2}$? bis 8 ſunt 16, adde numeratorem,ſunt 17 loco tertij numeri:tum primum per fractionis denomitatorem,erunt hoc pacto deſcripti 10 efficiunt 7, quot 17? $11\frac{1}{9}$. Cum medio & primo $2\frac{1}{2}$ efficiunt $4\frac{1}{5}$, quot 6: multiplicatis integris per fracta, ſunt primo loco 5, ſecundo 13, quorum primum multiplica per denominatorem ſecundi , & contra ſecundum,per denominatorem primi,& fient deſcripti hoc modo 15, 26, 6, quartus erit $10\frac{2}{5}$ Si ſecundum & tertiũ,vt 2 dant $20\frac{1}{2}$,quot $40\frac{1}{3}$? auge denominatorem vnum per alterum,& prouentum multiplica in primum, prius tamen fractis multiplicatis per integra ſibi adhærentia, eruntque

runtque deſcripti hoc modo, 12, 41, 121, quartus eſt 163, $1\frac{1}{12}$. Quando extrema fracta ſunt, multiplica denominatores per integra, & productis adde numeratores, vt 3, $\frac{1}{4}$ efficiũt 6, quid $6\frac{2}{3}$, deſcripta erunt hoc pacto, 13 dant 6, quid 20? auge deinde primum productum per denominatorem tertij, & producitur numerus primus ſimili modo tertium per denominatorem primi hoc modo, 39 6 80, age nunc deinceps vt in regula proportionum. Si omnibus fractio adiecta ſit, auge fracta per integra ſua, vt alias, erũtq; $1.\frac{1}{3}$ $1,\frac{1}{4}$ $5,\frac{1}{2}$ deſcripti hoc pacto, 4 dant 5, quot 11? deinde auge 11 per primum denominatorem, & prouenient 33 numerus tertij loci, tum ſecundus denominator per tertium multiplicatus efficit 8, & hæc multiplicata per primum numerum, fiunt 32. ſecundus verò manet 5, in hunc modum, 32 efficiunt 5, quantum 33? eueniunt $5\ \frac{5}{32}$

DE INAEQVALI NVMERORUM diſtributione. Cap. XXVII

Frequenter

FRequenter inæqualiter numerum diſtribuere oportet, vt ſi Imperator gradatim decies centena milia nummûm legioni diſtribuenda à Republica acceperit, ita vt ex primo ordine accipiant triplum ad ſecundum, id eſt, toties 3, quoties ſecundus ordo 1: ſecundus ad tertium duplũ, id eſt, toties 2, quoties tertius vnum: tertius ad quartum ſeſquialterum, id eſt, toties 3, quoties quarti ordinis 2. Quæritur igitur, ſi iuxta hanc proportionem pecuniam diuidere oportet quatuor ordinibus, quantum ex ea accipiet primus ordo, quantum ſecundus, quantũ tertius & quartus. Minimos numeros proportionem denominantes inuenire oportet, infimo 2, ſequenti 3, tertio ab infimo 6, ſupremo 18. Eos in vnã ſummam componere, qui fiunt 29, per quos partire ſummam diſtribuendam, & quod ex diuiſione prouenit, ſi per 18 multiplicetur rurſum, fit pecunia primi: ſi per 6 pecunia ſecundi ordinis. Eodem modo in alijs omnibus analemmatis, vbi diſtributio fit per proportionem geometricã. Cuius diſtributionis Ariſtoteles meminit libro 5. capite 3. Moralium, ſub nomine geometricæ proportionis. Simile eſt peruulgatum illud in ciuili diſceptatione poſitum: Qui diſceſſit vxore relicta grauida, teſtamento iuſſit dari, ſi filius naſceretur, mulieri tertiam bonorum partem, reliquum proli: ſi verò naſceretur fœmina,

conſti-

conſtituit bonorum tertiam filiæ, reliquum matri: peperit deinde mulier maſculum & fœminam: quæritur quo pacto bona iuſtè partiri poſſumus, ſi hæreditas decies ſeſtertiûm æſtimata ſit hoc eſt, vt antè diximus, 1000000 nummûm. Collige minimos numeros proportionem denominantes, matri conſtituens ratione filiæ duplũ, filio ratione matris duplum quoque, quare filiæ 1, matri 2, filio 4, collige, fiunt 7, per quæ diſtribue 1000000, & proueniunt 142857. $\frac{1}{7}$ filiæ pars, cuius duplum portio matris eſt, ſcilicet 285764. $\frac{2}{7}$ & huius duplum filij 571528. $\frac{4}{7}$ Eodem modo colligenda ratio, ſi longior fuerit gradus. Item vbi inæqualis diſtributio lucri eſt, ratione diuerſæ ſortis & impenſæ. Vt ſortem dedit primus 100 nummos, ſecundus 80, tertius 70: ea pecunia lucrum fecit 60, vt iuſta proportione lucrũ diuidere quoque poterimus, ſic age, multiplica cuiuſque impenſam pecuniam per commune lucrum, & fit numerus primi 6000, ſecũdi 4800, tertij 4200: deinde collige impenſam pecuniam omnium, quę fit 250, ac per iſtũ diuide 6000, emergit numerus primi, ſi per 4800 ſecun-

di,

di:ſi verò per 4200, tertij. Quòd ſi ex tem
poris ratione quoque fuerit inæqualitas, pluſcu-
lum erit negotij, vt primus 100 ſolidos 9
menſibus in ſortem dedit, ſecundus 80, 7
menſibus, tertius 60, menſibus 5: lucrum
ex ea ſorte factum 80. Id ſic explica, auge cu
iuſque impenſam pecuniam per tempus ſuum,
& fiet primi 900, ſecundi 560, tertij
306. Nunc age iuxta rationem præcedentem,
perinde ac ſi hi tres numeri eſſent impenſa pe-
cunia, multiplicando vnamquamlibet ſummam
ſic multiplicatam prius, per commune lucrum.
Nec iniucunda illa ratio eſt: eſt, per quam inæqua
libus numeris propoſitis, medium inuenitur v-
triſque proportionale, vt ſi vini vnius amphora
veneat 12, alterius verò 20, quomodò
ſint miſcenda iſta, vt valeat ex vtroque miſti am
phora 14, age ad hunc modum, aufer maius
à medio, ſuperſunt 6, & à medio minus, &
ſuperſunt 2, ea coniuncta ſunt 8, qui nu
merus diuiſor eſt, per quem diuide 6, vt e-
mergat quantum viliorís vini ſumere oporte-
at, ſunt itaque $\frac{6}{8}$ ſumendæ, quoties præſtan-
tioris $\frac{2}{8}$, hoc eſt, proportione tripla: nam 2

per octo

per octo diuiſa ſunt $\frac{2}{8}$. Quo loco nota obiter, ſi numerus diuidend⁹ ſit minor diuiſore, diuiſio per fractionem explicanda eſt, id quod huic regulæ proprium erit.

FINIS LIBRI PRIMI.

Liber Secun-

DVS ARITHMETICAE, qui eſt de numerorum Theorematis. Procœmium ad doctiſs, virũ D. Andream Eggerdem Roſtochienſem.

QVAE ſuperiore libello tractata nobis ſunt, etſi in ciuilium rerum commutatione vſum neceſſarium habent, & vtilem quoque ad plæraque in Philologia expeditiùs aſſequenda: minùs tamen ad interiorem philoſophiam, quam intelligo iuxta Ariſtotelem, Metaphyſica, iuxta Platonem, Theologiam & Phyſicam: quam quæ deinceps tradam, numerorum nimirum partem Theoreticen, quam propriè ſuperiùs ſcripſi Arithmeticam vocari, quorum qui rudis eſt, aditum ſanè ad nullam diſciplinam, aut in ea cum ſplendore cognitionem eſt habiturus. Verùm cùm hæc ars immenſæ ſit ſubtilitatis, & pluribus voluminibus ab alijs expoſita, non plura putaui poſteriore libello explicanda, quàm quæ ab immenſis atque intricatis numerorum inuolucris deſumpta, compendioſam vi-

am

am ad maiora iſtis ſtudioſis iuuenibus,quib⁹ tuo auſpicio & moderatione Roſtochij loco celebri & veteri ſtudiorum alumno,res literarii reparatur,Andrea humaniſsme,pararent.Nam vt non intima & acutiſsima quæq; analemmata ſtudioſum, qui oratoriæ arti aut iuris ciuilis cognitioni inſtituitur,aut etiam his maioribus,perſcrutatum velim, ita viciſſim non eum ἀναριθμητικὸν eſſe oportet.

VNITAS QVID SIT, ET NVmerus,& quomodò diuidatur. Cap. I.

VNitas omnis numeri principium eſt & mēſura: nam vt reliquas res numero metimur, ita numerus vnitate. Hanc Euclides libro VII. elemētorum definiens, vnitas, inquit, eſt, qua vnumquodque vnum dicitur. De qua ſic Iamblichus,ut opinor,ex Platone. Vnitas omnium principium eſt,radix & origo, abſque principio verò nihil: initium autem eſt non principij,ſed alterius. Vnitas ergo principium, omnemque numerum continet. Numerus autē ex his aggregata multitudo diſcretorum menſura ac modus,ut ab Ariſtotele ingenioſiſsime dictum eſt.Modus enim ex harmonia ſumitur, & hæc ex numeris:qua in re philoſophię ſtudioſum admonendum cenſemus, vt numeros à rebus,

quarum

quarum ſunt numeri, ad ſolum intellectum trãſferat: hoc enim proprium mathematum eſt. Sũma numerorũ diuiſio eſt p pares & impares. Par numerus eſt iuxta Pythagoram, qui eadem diuiſione in maxima & minima partibilis eſt. minimæ partes duæ, omnis enim par per 2 diuiditur, maximæ partes ſunt quæ bis ſumptæ ipſum parẽ conſtituunt, vt octo qui in duo diuiduntur, minimum eſt 2: tum quia vtraque pars quaternarius eſt, ſunt hæc pariter maxima. Impar qui id fieri non patiatur, ſeu qui in duas æquales partes diuiſus, medio vnitatem habet interuenientem. Hos uiciſsim eſt neceſſe accipi in ſerie numerorum naturali, vt 1, 2 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Si numerorum binario æqui diſtantium primus fuerit par, & omnes erunt pares, vt 2, 4, 6, 8, 10. ſin impar, & omnes impares erunt deinceps. ſi numerorum imparium ſeries par coniungatur, naſcitur par, vt 3 5, 7, 9, ſunt 24: ſed impar ſui ſimilem gignit, vt 5, 9, 11, ſunt 25. Item parem multiplicans, parem producit, vt ter duo ſunt 6. bis duo 4. Sed impar imparem multiplicans im parem reddit, vt ter tria 9. Itẽ paris dimidium ſi fuerit par, erit & reliquũ par.

NVMERI PARIS DIVISIO. Cap. II.

NVmerorum parium ſunt tres ſpecies, prima pariter par, ſecunda pariter impar, tertia im pariter par, quorum primus diſſolutus eſt partibus vſque ad vnitatē æqualiter ſecabilibus, vt 32 eius dimidiū 16, huius 8, huius 4, huius 2. Naſcitur hic ab vnitate in infinitum progrediens, per prioris numeri geminationem. Igitur ſcandit hic numerus per proportionem duplam, vt 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64. Naſcuntur præterea, ſi pariter parem aut in ſe, aut in alium quemuis pariter parem duxeris. Horum numerorum ſi lōgius exierit ordo, quomodo col ligēdi ſunt, dictum eſt in progreſsione. Præterea pariter pares coniuncti, conſtituunt ſequentem binario minorem, vnde diminuti ſunt, vt 2 & 4 coniuncti, ſunt 6, qui à ſequenti deficiunt duobus, ſi horum continua etiam ſeries fuerit impar, ducantur in ſe extrema, & productum medijs interiorib⁹ in ſe ductis, & ipſi medio per ſe ipſum multiplicatum erit par, vt 1, 2, 4, 8, 16. 32, 64 Ecce ſemel 164, æqualia ſunt multiplicatis 32 per 2, 4 per 16, 8, per ſeipſa. Si verò fuerit par, productum æquabitur medijs interioribus eodem modo. Pariter impar eſt, qui per maxima diuiſus, imparium numerorum ſpecies conſtituit, vt 14. producitur ab imparibus naturali ordine ſe conſequentibus, & binario numero geminatis, vt 1, 3, 5,

7, 9,

7, 9, 11, 13, 15, quorum quiſque bis ſumptus, huius ſpeciei numerum conſtituit. Vnde ſequitur vnumquenque à proximo abeſſe quaternario, ſimilibusque diſtare differentijs: id eſt, eadem proportione geometrica, ac tres numeros interuenire ſequentem & præcedentem, vt 2 & 6, interuallo diſtant trium mediorum, 3, 4, 5. Horum naturali ſerie ſumptorum extrema medijs æquidiſtantibus æqualia ſunt, vt 2, 4, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34. nam 2 & 34 cum 4 & 30. Item 6 & 26, cum 10 & 22, 14 & 18 cum extremis viciſsim & æquidiſtantibus conueniunt. Impariter par numerus eſt, qui & ſua & partium diuiſione æquali, ad vnitates peruenire nequit. Hoc genus cum vtroque dictorum ſymbolum eſt: nam quod ad vnitatem perpetua ſectione non peruenit, conuenit cum pariter impari: & quod ſæpius æqualiũ partium ſectionem recipit, cum pariter pari. Vnde vtriuſque naturam quodammodò ſequentes, ꝓducuntur à pariter paribus ab quaternario deſcriptis, & imparibus à ternario naturali ſerie ꝓuenientibus,

	1	4		1 2
	5	8		4 0
vt	7	16	efficiũt	1 1 2
	9	32		2 8 8
	11	64		7 0 4

Fit quoque ex ductu pariter paris in impariter parem, vt 4 per 12 multiplicata, 8 per 20, 16 per 24, & ita deinceps in infinitum, obſeruata ſerie vtriuſque numeri. Demum omnis im pariter par, fit ex ductu pariter paris, in pariter imparem, ob id horum proprietas miſta eſt, & ancipitis naturæ.

DE ALIA NVMERI PARIS diuiſione. Cap. III.

SVNT quoque parium numerorum, alij perfecti, alij mutili, alij ſuperflui: ſuperflui ſunt cuius partes proportionales à dimidio vſque ad vnitatem collectæ totum ſuperant, vt 12, cuius dimidiata pars eſt 6, tertia 4, quarta 3, ſexta 2, duodecima 1: quæ ſi colligantur, efficient numerum integro quatuor vnitatibus maiorem. Diminutus cuius partes proportionales compoſitæ minus integro reddunt. Voco autem partes proportionales quę ſecundum ſimplicis proportionis denominationem in toto cōtinentur, veluti 8, cuius dimidium 4, & quarta pars 2, & octaua 1, non amplius quàm ſeptem colligunt, vnitate minorem quàm eſt integer. Perfectus & plenus, qui partibus intra ſe cōprehenſis & collectis eſt æqualis, quo nomine apud Macrobium libro I. ſuper ſomnium Scipionis celebratur ſenarius, cuius dimidiata pars 3, & tertia 2, & ſexta 1, ſimul coniunctæ efficiunt ſenari-

ſenarium.Horum numerorum quemadmodùm & aliarum rerum,quæ perfectæ ſunt,ſumma eſt paucitas: omnes clauduntur aut ſenario, aut octonario,intra decem itaque ſunt 6, intra cẽtum 28, intra mille 496, intra dena milia 8128. Inueniuntur autem ex numeris pariter paribus,ab vnitate naturali ordine deſcriptis,in qua deſcriptione priores ſequentibus addantur,donec numerum primum & incompoſitum repperimus,qui per eum multiplicetur,qui in additione maximus erat, vt 1,2 coniuncta ſunt 3, qui multiplicata per numerum maiorem,ea additione efficiuntur 6. Item 1. 2, 4. coniuncta efficiunt 7, qui per 4 multiplicata fiunt 28 ſecundus numerus pfect⁹.Itẽ 1, 2, 4, 8, 16, collecta numerum efficiunt 31 incompoſitum quoque,quare ſi per 16 geminentur,naſcitur tertius perfectorum.

DE NVMERO IMPARI, ET eius diuiſione, & Syſtœchia Pythagorica. Cap. IIII.

NVmerus impar eſt iuxta Pythagoram, qui principio,medio,& fine continetur: vt ternarius:binarius enim in quem omnis par numerus diuiditur, medio caret, at imparis numeri partes medio indiuiſibili coniunguntur: faciunt

autem philoſophi hunc bonorum,veluti par ma lorũ principiũ, quod quoq; Pythagoricũ inuentum eſſe ex Laërtio intelligimus.Cùm enim res cunctas per bona ac mala partitus eſſet,Ariſtoteles etiam teſtimonio in quinto ἀκροαμάτων, nouem bonis & totidem malis ſubiecit diſcrimina, quæ rerum omnium per bonum ac malum differentium eſſent κατηγορίαι.

Bonum	Finitum	Malum	Infinitum.
	Impar.		Par.
	Vnum.		Multitudo.
	Dextrum.		Siniſtrum.
	Lumen.		Tenebræ.
	Mas.		Fœmina.
	Quietum.		Motum.
	Rectum.		Flexũ. (gius.
	Quadratum.		Altera pte lõ-

Quod ob id recenſeo, vt ſtudioſi, numerorum vim intelligant, & effectum in rerum eſſentijs. Habet hic numerus ſpecies ſimiliter tres, primũ & incompoſitum, ſecundum ſeu compoſitum, tertium compoſitum quidem per ſe,ad alios autem relatum,primum & incompoſitum. Primus & incompoſitus eſt, quem ſola metitur vnitas. Metiri dicitur numerus alterum, qui aliquoties ſumptus,alterum reddit, vt ternarius ter ſumptus,efficit 9, quinquies, 15. quem verò metitur nullus,primus dicitur & incompoſitus, vt

3,5,7,

3, 5, 7, 11. Conſtat itaque numerorum parium nullum eſſe præter binarium incompoſitum: omnes enim binario metimur. Secundus dicitur quod eum non vnitas modò, ſed & alius quoque metitur, vt 9, 15, 21, 25. Per ſe verò ſecundi & ad alterum primi, dicuntur duo numeri compoſiti ad inuicem relati, quos nullus communiter metitur præter vnitatem, vt 9, 25. quorum nulla menſura communis reperitur, ſed priorem metitur ternarius, poſteriorem verò quinarius: at nullus vtrumque communiter, veluti ſunt 3 & 9, compoſiti quos reddit ternarius. Item 25 & 15, efficit enim hos 5. Inueniuntur prædicti omnes ex numerorum parium iuxta naturalem ſeriem ordinatione, quæ dicitur cribrum Eratoſtenis, in quo numeri ſunt ad hunc modum deſcripti.

Numeri primi & incõpoſiti,	A ternario impares deſcripti.	Cõpoſiti p ternariũ ĩ ſe & ſequẽtes ĩpares ductũ.	Cõpoſiti à ternario p q̃nariũ ducto.	Cõpoſiti à ternario per ſeptenariũ ducto.
	3			
5	5			
7	7			
	9	9		
11	11			
13	13			

	15	15	15	
17	17			
19	19			
	21	21		21
23	23			
	25		25	
	27	27		
29	29			
31	31			
	33	33		
	35		35	35
37	37			

Hoc modo iuxta Eratoſtenis ordinationē deſcriptis imparibus, primus duobus tranſmiſſis, tertium quemque metitur, vt 3, præteritis duobus proximis 5, & 7, metitur 9, & quidē per ſe, ſed ſequentem imparem videlicet 15, metitur idem 3 per imparem ſe proximè ſequentem ductus, deinde eodem ordine ternarius per ſequentes diuiſus, impares reddit ſuo ordine numeros compoſitos, vt eſt in ipſo cribro videre, deſcriptione abeunte in infinitum.

DE PROPORTIONIBVS numerorum. Cap. V.

VTiliſsma cognitio proportionum eſt, quæ Græcè dicuntur ἀναλογίαι, vnde ſumitur in vo-

in vocibus & magnitudine (& vt quoque Ariſto teli placet) in omnibus quæ ſenſib⁹ ſubiecta ſunt, conuenientes ſymmetriæ atque commixtiones, quæ pars diſciplinæ maximo adiumento fuerit bonarum artium ſtudioſis. Nam cunctæ res partibus quibuſdam conſtant, earum inter ſe proportionem quãdam eſſe neceſſe eſt, veluti in Muſica ſunt concentuum & tonorum, quos τονους Græci vocant, diſcrimina: & in humano corpore partiũ ſymmetriæ per proportiones deſcriptę ſunt, vt manus palma ad extremũ mediũ digitũ, & facies à mento vſque ad radices capillorum, æquam habent proportionem. Ita Pythagoras ex Herculis ſtadio, quod Piſis eſt, eius corporis longitudinem inueniſſe dicitur. Grammatici quoq; & in poëtarum verſibus, & oratores in verbis clauſularum proportionem tractant: vt ἡμιόλιος proportio quam habent inter ſe 2 & 3 deſcribitur ab Ariſtotele libro III. Rhetoricorum, & à Cicerone in Oratore, cum alijs plæriſque ex hac parte diſciplinæ ſumptis. Verùm voces quibus hic vtimur, parum ſunt ſplendidæ, & ridiculæ propé, quod aduerſus nos in componẽdis dictionibus admodum ſumus ſeueri, ſed Græca magis delectant, vt hemiolios, ἐπίτριτος magis q̃ ſeſquiplum & ſeſquitertiũ. Naſcũtur ꝓportiones è numerorũ inter ſe relatione, per quam alterũ alteri æqualẽ aut inęqualẽ eſſe neceſſe eſt: ſed

æqua-

æqualia ſunt in omnibus eiuſdem generis: inæqualia verò aut exceſſu aut defectu finiũtur.quorum utrunque quinque fit modis, prima multiplex dicitur,ſecunda ſuperparticularis, tertia ſuperpartiens,quarta multiplex ſuperparticularis, quinta multiplex ſuperpartiens,huic maiori inæqualitati totidem ſpecies ſubiectæ ſunt, minoris inæqualitatis eiſdem nominibus compoſitis cum præpoſitiõe ſub,vt ſubmultiplex ſubſuperparticularis &c. Cuiuſmodi voces certè moleſtæ ſunt delicatis auribus, neque in aliquo vſu ſcriptorum, ſed vbi eius generis proportionem accommodant rebus,per duos numeros,inter quos ſimilis ſit proportio,eam eloquũtur: vt Ariſtoteles de orbis habitati magnitudine: Eam,inquit, habet longitudo ad latitudinem rationem,quam quinque ad 3. Nec alia ferè ratio eſt efferendi, niſi in paucis, quibus à Græcis nomina poſita ſunt: ſed cum generaliter de rebus diſſerere nequimus niſi adductis vocibus,nec commodiores quiſquam inuenit,inuentis his eſt vtendum. Multiplex autem proportio ea dicitur,quam ſubmultiplex metitur, vt 2 ad 4, nam binarius bis ſumptus 4 efficit:hæc à binario in finitum abeunt,quarum proportionum facilis in ſingulis ſpeciebus eſt inuentio:duplex quidem,à binario numeris deſcriptis,ſed imparibus omiſsis ac ad naturali ſerie deſcriptos numeros collatis,vt

2 | 1

2 | 1 Triplex verò à ternario intermiſsis
4 | 2 duobus proximis:quadrupla ꝓximis
6 | 3 tribus,ac eodem ordine ad infinita.
8 | 4
10 | 5

Superparticularis eſt,qua maior minorem & eius inſuper aliquam portionem continet, quæ ſi dimidiata ſit,Græcè ἡμιόλιος dicitur, à Cicerone ſeſcuplum,à recentioribus ſeſqualterum, vt 4 ad 6, ſenarius enim integrum quaternarium & eius dimidium habet: ſi tertiam minoris complectitur præter integram partem ἐπίτριτος: ſi quartam ἐπιτέταρτος: ſi quintam ἐπίπεμπτος,ſimiliter ἐφέκτος,ἐπόγδοος,Latinè vtcunque ſeſquitertia,ſeſquiquarta,ac deinceps in infinitum relata numero maiore ad proximè minorem,vt 2, 3, 4, 5 6, 7: ſecundus ad primum ſeſcuplus, tertius ad ſecundum ſeſquitertius, ſequens ad iſtum ſeſquiquartus. Seſcupli autem producuntur,dum à ternario poſt quemlibet ſequentibus duobus intermiſſis,ad pares deſcriptos ſua ſerie compa- 3 | 2
rantur, ſeſquitertij verò à quaternario 6 | 4
deſcripti intermiſsis tribus ad deſcrip- 9 | 6
tos à ternario intermiſsis duobus producuntur, idque eodem modo in alijs proportionibus huius generis.

Superpartiens proportio, qua maior minorem compre

comprehendit,& inſuper aliquot eius partes: aliter tamen atque in ſuperiore ſpecie, nam hic partes maximè tantum denominationis ſæpius quàm ſemel accipiuntur. at in ſuperiore, partes ſunt minoris & maioris denominationis non plures vna, vt 9 ad 7 proportionem habent ſuperpartiẽtem,at non particularem: nouenarius enim ſeptenarium continet, & eius duas ſeptimas,maxima denominatio & minima pars ſeptima,hanc ſæpius atque ſemel complectitur, ſed ſi ſemel tantum partem maximè denominationis contineret,proportio foret ſuperparticularis, 10 igitur 7 proportionem habent ad ſeptem ſuperpartientem,non ſuperparticularem: contrà 10 ad 8 ſuperparticularem. Sunt autem ſuperpartiẽtes omnes numeri à 5 impares ſuo ordine deſcripti,ad numeros naturali ſerie deſcriptos à ternario,vt

5	3	Supbipartiẽtes	15	Septipartiens
7	4	Supertripartiẽs	17	Octipartiens
9	5	Supquadripar.	19	Eodem mo-
11	6	Supquĩtipart.	21	do in alijs cre
13	7	Supſextipart.	23	ſcẽte ſerie in

infinitum & in compoſitione creſcente per vnitates.In hac proportione, numerus qui compoſitione dictionis ponitur,minori additus, efficit proportionem æqualem:ſed ſunt hi ſinguli numeri in ſua ſpecie primi,quod ſi ſecundum bipar

tien-

tientē,& tertiū ſimiliter, & item ſecundū ſupertripartientē,ſimiliter & in alijs ſecundū & tertiū requiris,duc primum ſuperbipartientem per binarium,vt 5 & 3, per 2 fiunt 10 & 6 ſecundus eius proportionis : rurſus iſta per 2, vt 20 & 12, tertius.Simili modo ſupertripartientes ternario multiplicati, ſuperquartipartientes quaternario , & cæteri iuxta rationē eandem creſcunt.

Multiplex ſuperparticularis ex prima & ſecunda ſpecie proportionem habet compoſitam,vt 10 ad 4 multiplex eſt , & particularis duplus, tum quia alteram quaternarij quoque comprehendit partem,& ſeſcuplus eſt.Quare hæc proportio compoſita eſt,& oratione effertur, vt ſeſcupla & dupla,ſeu dupla ſeſqualtera . Item dupla ſeſquitertia : eodem modo tripla quadrupla, & cæteræ cum ijſdem diſcriminibus in infinitū.

Numeri à binario per continentem ordinem deſcripti,& è regione à quinario omiſsis paribus, efficiunt duplos ſuperparticulares ſuo ordine creſcentes,vt
Tripli verò ſuperparticulares,à ſeptenario omiſsis duobus ſequentibus, quadrupli à nouenario tribus ſequentibus omiſſis, quintupli ab vndenario intermiſsis quatuor, & è regione in omnibus collocatis à binario per conſequentiam numerorum naturalem , reliqua

5	2
7	3
9	4
11	5

eodem

eodem modo ac eadem proportione. Verùm per ſingulas ſpecies quomodò ſumantur, ex deſcriptionibus erit manifeſtum.

	5	2		7	3
Dupli ſeſ-	10	4	Dupli ſeſ-	14	6
qualteri.	15	6	quitertij.	21	9.
	20	8		28	12
	9	4		11	5
Dupli ſeſ-	18	8	Seſquiquin	22	10
quiquarti.	27	12	ti & dupli.	33	15
	36	16		44	20

Dupli enim ſeſqualteri, fiunt à quinario ac quinarij interuallo deſcriptis, & è regione à binario paribus collocatis. ſeſquitertij à ſeptenario interuallo eodem deſcriptis, è regione à ternario ac eodem creſcentibus, ſeſquiquarti à nouenario eodemque creſcentibus, & à quaternario è regione & eodem creſcente: eadem ratione progrediendo in infinita.

Tripli autem ſeſqualteri à ſeptenario eodem numeris creſcentibus, & è regione à binario eodem creſcente, ſeſquitertij à denario & eodem interuallo, & à ternario, ternarioque creſcente, ſeſquiquarti à 13, eodemque creſcente, & à 4, & eodem creſcente generantur, ac alij omnes eadem obſeruata analogia, vt in ſequentibus deſcriptionibus eſt videre.

Seſqualte-

Seſqualteri.		Seſquitertij.		Seſquiquarti.	
7	2	10	3	13	4
14	4	20	6	26	8
21	6	30	9	39	12

Tantùm conſiderentur initia & interualla deſcriptorum è quibus qua ratione reliqua colligi poſsint, erit manifeſtum. Poſtrema ſpecies ex prima & tertia coaleſcit, quæ dicitur multiplex ſuperpartiens, per quam maior minorem ſæpiùs atque ſemel comprehendit, & plures eiuſdem partes maximæ denominationis, hoc eſt, vnitates. Nam maximæ pars denominationis eſt monadica, hac proportione 8 ſunt ad 3, dupla, nimirum ſuperbipartiẽs tertias, hoc eſt, cum duabus tertijs ternarij, quæ ſunt 2, bis enim 3 & ſemel 2 efficiunt 8. Naſcitur hæc ſpecies ex multiplicis vniuſcuiuſque adiectione ad quamlibet ſuperpartientem, vt duplus ſuperbipartiens, ſupertripartiens, ſuperquadripartiẽs, ita triplus, quadriplus in eaſdem ſpecies, vtralibet parte in infinitum. Quomodò naſcãtur, manifeſtum eſt vel ex ipſa deſcriptione, ſi principia atque interuallorum notetur ratio.

Dupli	8	3	Dupli	11	6	Dupli	14	5
ſupbi-	16	6	ſuptri	22	8	ſupq̃-	28	10
parti-	24	9	parti	33	12	dripti	42	15
entes.	32	12	entes.	44	16	entes	56	20

Tripli ſu	11	3 Tripli ſu	15	4	Eadē rati-
perbipar	22	6 pertripar	30	8	one ad infi-
tientes	33	9 tientes	45	12	nita ſcandē-
	44	13	60	16	dū, cuius ra-

tionem non niſi exemplis tradidimus, vt ſtudioſi diligentiam hic excitaremus.

DE NVMERIS DESCRIPTIS in figuras & ſpecies magnitudinis. Cap. VI.

NVmerus etſi continua quātitas non ſit, deſcribitur tamen partium interuallis, quæ ſi lineis claudantur, aut magnitudines ſunt, aut magnitudinis partes, vt ternarius hoc mō, ●—●—● deſcriptus in longitudinem, habet ſpeciem lineę: eodem modo ſi ternarius non in directum, ſed p planiciem diſponatur ● triangulari forma, ſi interualla lineis con ● ● cludantur, erit figura plana, habens partes longitudinis & latitudinis, id eſt, ſuperficies: quòd ſi in altitudinē quoque per interualla deſcriptæ ſint vnitates, erit figuræ ſolidæ ſpecies, vt ſi octonarij vnitates diſtribuantur in ſingulos teſſeræ angulos, fiet figura ſolida, qualibet linea complectens pares hoc



modo. Sed nunc ſingula cuiuſmodi ſunt, explicemus. Linearis eſt, qui à binario incipiens per vnitatis additionem in vnum idemque interuallum perpetuo pcedit, vt I I I I I I I I I I I I.

binarius

binarius enim primam lineam continet hoc pacto ●—●: cui deinceps addimus vnum ſingulatim, quo linea creſcat longius, hoc modo infinitum ●—●—●—●—● . Planorum autem primus eſt triangularis, ex quo omnis alius planus componitur . Triangulus verò , qui ab vnitate deſcriptus latera æqualium numerorum reddit, vt 1, 3, 6, 10, 15, 21, ita deſcripta.

I

I II

I II III

I II III IIII

I II III IIII IIIII

I II III IIII IIIII IIIIII

Horum etenim inter medios, manifeſtum eſt, tri angulari forma deſcribi non poſſe, vt triangulus efficiatur ἰσόπλευρος, id eſt, æqualium laterũ. Oriuntur hæ formæ ab vnitate numeris naturali ſerie deductis per cuiuſque ſequentis ad priores additionem, vt 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, adde ſecundum primo, fiunt 3; & huic tertium, fiunt 6: huic 4, fiunt 10: huic 5, fiunt 15: huic 6, fiunt 21, qui ſunt omnes trianguli . Quòd ſi trigono latus vnum abſtuleris, erit triangulus proximè minor, qui duo ſi coniungantur , conſtituunt quadratum æquilaterum ; vt 3 & 6 efficiũt 9, at ſi duo ęquales cõiunguntur, efficitur quadratum altera parte longius: vt 6 geminata, ſunt 12,

quadratum altera parte longius.

Quadratus dicitur cùm deſcriptus per vnitates quatuor efficit latera æqualia , vt 4 



interualis coniunctis fit.Imparibus ab vnitate naturali ordine deſcriptis, ſequens antegreſsis additus, vt in triangulo dictum eſt,efficit quadratum , vt 1, 3, 5, 7,9, iſtarum quilibet præcedentibus vſque ad vnitatem additus eſt quadratus. Nam quadrato circumpoſitus gnomo,id eſt, ꝓximus impar auxit,inquit Ariſtoteles,ſed  non alterauit.Sunt & quadrati altera parte longiores,& hi naſcuntur ex ductu numeri alicuius per alterum vnitate maiorem.vt ter 4, quater 5, &c.quadratus enim naſcitur ex numeri cuiuſque ductu in ſeipſum , veluti bis duo, ter tria,vel pares numeri,paribus præcedentibus omnibus ad binarium coniuncti,efficiunt altera parte longiores,vt 6 coniuncti cum 4. & 2 fiunt 12. 8 cum 6 4 2, 20.Prę-longi autem fiunt, dum numerus in alterũ plus quàm vnitate maiorem ducitur,vt bis 4: ſed huiuſmodi quidam, & quadrati eſſe poſſunt , vt bis 8, nam & quater quatuor idem efficit.

Quadratus quoque per quadratum ductus,quadratum efficit,vt 4 per 9, geminatus efficitur quadratus 36, cuius radix eſt 6. quadrata autem geminata, efficiunt numerum non quadratum,

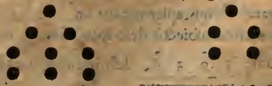
quadratum,ſed altera parte longiorem. Radix dicitur quadrati,quodlibet latus:ſeu numerus qui per ſe ductus quadratum conſtituebat, quæ ſi quadratum intra 100 ſit,erit intra 10: quod ſi ſupra mille erit,radix eſt ſupra decem. Inuenire radicem quadrati ita oportet, deſcripto numero qui quadratus exiſtimatur,ſignetur primus ad dextram apice,& terti⁹ ab illo ſimiliter:nam tot habitura eſt radix figuras, quot loca ſignata ſunt,tum ſub vltima ſignata numerus,(à ſiniſtris enim eſt incipiendum,vt in diuiſionis praxi)inueniatur qui in ſe ductus, ſupra ſcriptum totum auferat,aut quàm proximè, & ſignato reſiduo vt in diuiſione,numerus inuentus,& inter duas lineas parallelas ſub figura ſignata collocatus geminetur, quòd duplum transferendum eſt dextrorſum ſub ſequenti:deinde alius inueniatur numerus, qui ductus in numerum geminatū auferat ſupraſcriptum ac in ſeipſum etiam ductus, auferat alterum reſiduum reſpectu primæ figuræ ſignatæ: quòd ſi talis numerus inueniri nequit,ſcribendo inter lineas nota circularis,& duplum transferēdum eſt ad dexteriorem partem, vt ſi huius quadrati 1 9 3 6 radicem peueſtigare velimus,apice notatis 6 & 9 & duabus lineis ſubiectis deſcripta, ſint ad hunc modum, 1 9 3 6, ſub 9 inueniatur nu-

 merus,

merus, qui ductus in ſe auferat ſuperius reſpectu limitis ſignati quatenus fieri poteſt : hic quaternarius eſt, 5 enim ſuperat, is in ſe multiplicatus efficit 16, quibus à 19 ablatis, reliqua ſunt 3, ea transpunctis prius 19, collocentur ſupra 9, 4 verò numerus inuentus ſub 9 intra lineas collocetur. Deinde 4 duplicata ſunt 8, transfer ſub ſequentem, vbi ſunt 3, modo excogita numerum qui duct' per 8 auferat ſuperius vbi ſunt 33, aut proximè, hic quoque quaternarius eſt : nam per eũ multiplicati 8 efficiunt 32, itaque ſupereſt 1, quod ad poſtremum relatum efficit 16, tum quaternarius in ſe multiplicatus aufert & iſta, quare propoſiti radix eſt 44 : ſed nunc de reliquis generibus deſcriptionum agendum.

DE PENTAGONO, ET RELIQUIS GENERIBUS FIGURARUM EX ANGULIS DENOMINATIS. Cap. VII.

Pentagonus eſt numerus, qui per vnitates deſcriptus ſchema efficit quinque laterum æqualium, vt 5, 12, 22, deſcripti ad hunc mo

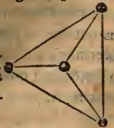


Naſcuntur

Naſcuntur hi numeri quadratis & trigonis coniunctis,vt 1, quod primum potentia trigonũ eſt,& 4 primo quadrato coniũnctis,fit pentagonus primus 5. tum ſecundus trigonus cũ ſecundo quadrato compoſitus, ſecundum efficit pentagonum. Eodem modo & eadem coniungendi r tione in alijs. Item numeris ab vnitate naturali ordine deſcriptis,&duobus omiſsis,qui ſequitur adiecta unitate pentagonum conſtituit, poſt hunc duobus item omiſsis,tertius cum pręcedenti pentagonum deinceps conſtituit, vt, 1, 2, 3, 4, 5,6, 7, 8, 9: 4 & 1 omiſsis medijs efficiunt 5 primum pentagonum: tum 5 & 6 omiſsis,qui ſequitur ſcilicet 7, cum priore pentagono,efficit 12,id eſt,ſecundum: poſteà 8 & 9 omiſsis,ſunt 10,quæ cum antecedente pentagono 12,efficiunt ſequentem 22. Hexagoni fiunt eodem modo intermiſsis tribus, vt in pentagoni conſtitutione duobus. Eſt & ab vnitate tertius quiſquę trigonorum hexagonus. Heptagoni intermiſsis quatuor, octogoni quinq;, ennagoni ſex,eodem modo vt in pentagonis omiſsis duobus fiunt.

DE NVMERIS PER SOLIda deſcriptis, ac primum de Pyramide. Cap. VIII.

SOlidi numeri ſunt, qui omnem magnitudinis partem numeris complent, lõgitudinem, latitudinem,& altitudinem, ſed in altitudinem ſcandunt quædam ſenſim in conum, ita vt ſuper ſe verticem efficiant, veluti turriculæ ſiue pyramides: quædam tantum ſupra, quantum infra, vt cubus: quædam plus per planitiem quàm in profundo: quædam contrà, & hinc eorum varietas ſumitur. Horum omnium primæ ſunt pyramides, nam vt in planis ſunt trianguli figurarum initia, ita in ſolidis, pyramides. Eſt autem πυραμὶς, quam Latinè metam dicere poſſumus, figura ſolida, quæ à plana ſuperficie in faſtigiatam altitudinem erigitur, cuius ſummitas κῶνος dicitur, & Latinè vertex, vna pars, vnde ſurgit paulatim magnitudo in verticem, baſis. Harum varietas ſumitur ex diuerſitate baſis: nam quædam à triangula baſi in altitudinem ſurgunt, quædã tetragona, quædam pentagona, ſed omnes trigonis lateribus concluduntur in ambitu, veluti eſt videre in pyramide, quã hic ſubiecimus, in qua è triangula baſi tribus erectis lineis,



& in vertice coëuntibus, neceſſariũ eſt tres produci triangulos: quòd ſi ex quadrato erigantur, fient quatuor trianguli, & in alijs eadem ratione. Producuntur pyramides trigonæ, ſi trigoni cum antece-

antecedentibus componantur, vt 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, trigoni ſunt,vt ſuperius expoſitum:ſinguli horum cum præcedentibus coniuncti,pyramides efficiunt trigonas,quę ſunt 4, 10,20, 35, 56, 84, 120. Eodem modo quadrati prioribus additi pyramidis efficiunt tetragonas : fiuntque eodem modo & aliæ pyramides.Ex his quædam perfectę ſunt, quæ à ſuperioribus per præcedentes omnes vſq; ad vnitatem perueniunt: alia dicuntur κόλουρα, id eſt,mutila,alia διϰόλουρα,alia τριϰόλουρα, q̃ ſic dicuntur à numero partium,quæ illis deſunt vſque ad vnitatem, vt 16, 9, 4, colura: nam deeſt 1, 25, 16, 9. διϰόλουρα:nam deſunt 1 & 4, 36, 25, 16. τριϰόλουρα ſunt quia deſunt 9, 4, idque eodem modo in alijs ſpeciebus : nam hæc quæ ſubiecimus, ſunt in quadratis metis.Hinc nunc conſtat,pyramidum originem eſſe ex numeris planis, vnde & denominantur:nam quadratus numerus quadratam pyramidem erigit.

DE CVBO, SPHAERICO, Spheniſco, Docide,Plinthide,& paralelepipedo, Cap. IX.

CVbus eſt numerus,qui ex quadrata deſcriptione,in æqualem altitudinem erigitur,habens

bens latera ſex, vnum qua conſiſtit, alterum ſupremum, & quatuor in ambitu, vt teſſeræ. M. Varro quadrantalia dixit. Naſcitur, dum quadratus in latus ducitur, vt bis quatuor, latus enim quaternarij binarius erat. proinde bis duo bis, primum efficiunt cubum, ternarius ſecundum 27, hos efficiunt ter tria ter ſumpta, itaque hic numerus ſemper ex radice bis geminatur. Numeris ab vnitate naturali ordine digeſtis, per quadratos & ſua deſcriptos ſerie, multiplicati, producũtur in tertio ordine cubi, vt

Numeri naturales & radices cuborũ.	1	2	3	4	5	6	7	8
Quadrati ex ſupiorbus.	1	4	9	16	25	35	49	64
Cubi ex quadratis.	1	8	27	64	125	216	343	512

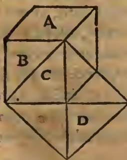
Inueniuntur & hoc pacto, digeſtis ordine impatibus à ternario primum coniunctis prioribus duobus, dinde tribus, deinde quatuor, & ita deinceps ſcandendo per vnitates, vt ex deſcriptione ipſa eſt videre.

	3	5	7	9	11	13	15	17	19
Cubi	8		27			64			

Cubus cubo additus, cubum non facit, quemadmodum nec quadratum quadrato additũ ipſum

quadratum

quadratum efficit, ob id quo modo cubum gemi nare oporteat ſeu duplicare, numerorum ratio non docet, ſed linearum, quam primus Plato dicitur excogitaſſe, quo tempore Delij peſte ingenti laborantes, Apollinis reſponſo iuberentur aram eius quadratam, quæ longitudinem habebat, & latitudinem & altitudinem 10 pedum, geminare: eius area cùm eſſet centum pedum ac bis centum, neque ex 14 radice naſcerentur, neque 15, alterum enim efficit quadratum 96, alterum 225. Id Plato tum ex quadrati minoris diagonio (que ſi quadrati latus efficitur, naſcitur quadratum duplex) inueniſſe dicitur, ac Delijs indicaſſe, cùm in eam inſulam deſcendiſſet. Cuius deſcriptionis hic exemplum ſubieci: Sit a b c cubus, quem geminare oportet, b c quadratum latus, cuius duplum inueniendum eſt, deſcripta per tranſuerſum diagonio b, fiunt æquales trigoni b c, deſcriptoque ex diagonio quadrato c d, ac diuiſo per duas digonias, fiunt trigoni quatuor, quorum ſinguli æquales ſunt trigonis quadrati in minore cubo. Sed ad numeros reuertor. Naſcitur itaque cubus ex cuiuſlibet numeri ductu per ſeipſum bis, vt ter tria ter, quorum primum efficit longitudinem,



ſecundum latitudinem, diciturque is numerus cubi radix, quod ſi maioris cubi radicem inuenire propoſitum ſit, age vt in ràdice quadrati inuenienda dictum eſt, niſi quòd hic quartus numerus ſignatur apice, vt in quadrato, tertius: & hic numerum inuentum per ſe ducere oportet bis, vt iſtic, ſemel: item ibi inuentum geminare oportet, hic triplicare. Nam in hac ſpecie radix tot continet figuras numeri, quot ſunt notæ millenarij.

DE SPHAERICO.

SPhæricus numerus dicitur, qui multiplicatus, in ſe ſemper reuertitur, quod circulo & ſphæræ proprium eſt, vnde & nominis ratio. Hi naſcuntur tantum à duobus numeris, quinario, & ſenario, ſed in infinitum multiplicatis, vt quinquies 5 ſunt 25, hæc rurſus, aut per 5, aut per ſe aucta, iterum producunt numerum, cuius vltima pars quinarius eſt, ita & 6 per ſe aucta, ſunt 36, ea quoque per 6 ducta, alium efficiunt, qui quoque ſenario clauditur: proprium huius eſt, vt præter ſimplices aut cubus ſit, aut quadratus.

DE SPHENISCO.

SPheniſci, quos alij cuneolos vocant, cubis ſunt oppoſiti, hi naſcũtur ex trium inæqualium nu-

merorum

merorum multiplicatione,ut bis tria quater: 2 longitudo, 3 latitudo, 4 altitudo. Hos Nicomachus bomiſcos etiam vocauit, quód Iones huius formæ aris ſint vſi: alij etiam ſpheciſcos,id eſt,paxillos: & ſcalenos,id eſt, gradarios dictos ſcribunt.

DE PARALLELEPIPEDO.

PArallelepipedus eſt qui duas dimenſiones habet æquales,tertiam inæqualē:vt bis tria bis: aut ter duo bis:poſſunt enim haberi ſex diſcrimina,ſed perſequi non attinet.

DE DOCIDE.

GRæci,δοκίδας vocant numerum ſolidum æquali longitudine & latitudine,ſed maiore altitudine,ut quater quatuor nonies.

4 longitudo	ſummam		3 longum	ter
4 latitudo	efficit	Item	3 latum	tria
9 altitudo	ſeptēdecim.		6 altum	ſexies.

DE PLINTHIDE.

PLinthides ſunt ſuperioribus contrarij, æquali longitudine & latitudine, ſed minore altitudine, vt quinquies 5 quater.

5 longitudo

5 longitudo }
5 latitudo } Sunt ſummatim 40.
4 altitudo }

In his omnibus inæqualis dimenſio, aut vnitate aut pluribus excedit, aut ſuperatur: quare quomodo æquipollent latera (quod in his quæri ſolet) facile ab exceſſu eſt inuenire.

DE PROPRIETATE NVMERORUM qui intra denarium ſunt. Cap. XI.

HActenus numerorum per generales affectiones vim & proprietatem, quàm potui breuiſsimè complexus ſum, quantumque eius partem ſtudioſis ad ſolidam eruditionem comparandam neceſſariā eſſe arbitrabar, ex variorū authorum obſeruatione quę memoria repetere potui, in hoc compendium redegi: à proportionum comparatione triplici, Geometrica ſcilicet, Harmonica, & Arithmetica prudens abſtinui, quòd ea pars tam breuiter quàm inſtitui, tradi non poſſet, & quòd his perceptis ſatis paratum aditum ad maiora ſtudia diſcentes ſint habituri. Poſtremò ſingularium numerorum, quos digitos ſuperiore libro vocari diximus, qui denarium non excedunt rationes ſubieci: his enim omnis numerus conſtat, nec vltra decem vlla ſpecies numerorum eſt, quæ non antegreſsis repetatur,

tatur, quod in ipſis quoque vocibus eſt manifeſtum tam Græcæ quàm Latinæ linguæ, vt vndecim vnum & decem ſunt. Quare horum numerorum natura & proprietate inſpecta, nullius numeri incognita ſpecies eſſe poterit, prætereà quæcunque in numerorum theorematis ſunt explicata, ea intra denarium omnia inueniuntur, vt parium & imparium ſpecies omnes, item pleni, ſuperflui, & diminuti: ꝑtereà linea, trianguli, quadrata, altera parte longiora, item pyramides, cubi, paxilli, παραλληλεπίπεδα, & proportionum omnia genera. Hinc & Pythagoras voluit ad denarium eosque qui intra ſunt, hoc eſt, partes decadis, cuncta conuocari.

DE MONADE PRIMA denarij parte.

MOnas numerorum omnium eſt principium, ipſa ſine principio diuinitatis imago, ingenerabilis, indiuiſibilis, niſi in continuo inſit, vt in Logiſtice diximus, quæ cùm multitudinis & ſectionis expers ſit, tamen ſylua eſt, in qua cuncta inſunt: nam & par & impar, & quadrat⁹, & cubus, aliaque omnia poteſtate eſt. Hanc Pythagoras mentem vocauit, ac dei ſimilitudinem, ſymbolum virtutis, ſed præcipuè prudentiæ, authorem concordiæ, amoris, pulchritudinis, &

veritatis,

veritatis. & cubum inter elementa medio loco ſemper flagrantem.

BINARIVS.

BInarius primus ex principio naſcitur, adeoque primus numerus, primumque in lineam effluxit, primus intelligibile ad ſenſibile, diuinam ad humanam eſſentiam, quæ ex corruptibili & incorruptibili conſtaret, primus par, omneſque pares ex ſe producens. Item motum & multitudinem, ſymbolum opinionis, primus à veritate gradus, opinionis enim ratio eſt anceps.

TERNARIVS.

TRias primus impar, & gnomon qui monadi circumpoſitus, primum efficit quadratum, celebratiſsimus non apud philoſophos modò, ſed & apud poëtas quoque inſignis habetur: primùm hic perfectus eſt Ariſtotelis teſtimonio, in principio primi voluminis de Cœlo, q̃ primùm omnia ſignificet, item quòd principio, medio, & fine contineatur, iuxta Pythagoræorũ diſciplinam, & iuxta occultam naturæ legem ſacrificiis deorum adhibitus. Hunc veneramur, hunc adoramus, hoc quicquid ſolenne & ratum eſſe volumus, confirmamus, hoc affectum edi-

mus,

mus,concitamus,& placamus, hoc etiam beatitudinem,id eſt,ſummam felicitatem,ſummamq́; potentiam ſignificamus, dum ter beatos & ter maximos dicamus,hoc numero primum repugnanti natura res coniunguntur. Conſtat etiam corpus omne ternarij ratione perfici, quod in tres partes lineas habeat.Figuras rerum quoque hic numerus dedit, quorum origo à triangulis eſt.In ſumma, cunctæ res aut triade formantur, aut ad eam per circunſtantes affectiones reducuntur. Hanc etiam Pythagoras marem, vt dyadam fœminam,poſuit: ſymbolum virtutis eſt, quod inter extrema vitia ſit mediocritas, maximè tamen temperantiæ,quæ neque defectu,neque exceſſu delinquit. Poſtremò reddit ſenarium ſuis partibus hic numerus, qui primus intra ſe continetur,vt ſuperiùs diximus.

DE QVATERNARIO.

QVaternario conſecratæ præcipuę partes vniuerſi ſunt,mundus ipſe,annus,homo, & anima propter harmoniam, cuius in quaternario ſunt omnes ſpecies, quod quoque conſtat à iureiurando per Pythagoricos introducto,qđ ſic erat,μὰ τὸν ἀμετέρᾳ ψύχᾳ παράδοντα τέτρακτυν,hoc eſt, per eum qui animæ noſtræ quaternarium dedit.Hic primus quadratus eſt, & par-

bus denarium numerum ſupremum & perfectũ reddit. Nam 1 2 3 4 ſunt 10. ac in figuris quæ rectis lineis continentur, capaciſſimam aream quaternarius efficit: primam quoque exprimit pyramidem ſolidam, quam pueri nucibus luſitantes, tribus quarta ſuperimpoſita in turriculæ figuram imitantur: habet eam perfectionem in paribus, quam in imparibus ternarius: poëta itaque ſupremum felicitatis gradum expreſſurus, terque quaterque beatos dixit.

DE QVINARIO.

QVinarius primus ex vtriuſque numeri forma conſtat ternario & binario binominis dictus, quod mas & fœmina ſit, hic per quemcunque ductus fuerit ſemper in ſe reuertitur: ob id ſphæricus aut circularis, vt ſuprà diximus, appellatur: primusque pentagonus eſt in latera deſcriptus: item à Pythagoricis nuptiæ dictæ, quod mare & fœmina conſtat.

DE SENARIO.

SEnarius ſolus ex his qui intra denariũ ſunt, ſuis partibus conſtat: nam dimidium eius 3, & tertia pars 2, & ſexta 1, ſenarium efficiunt: item ſemel 6, & bis tria, & ter 2, &

ſexies

ſexies 1, eundem reddunt. Sphæricus etiam eſt quemadmodum & quinarius, primus ex paribus pariter impar, à Pythagoricis dictus ἀῤῥενοθηλυς, quod ex ternario conſtat, qui poteſtate mas eſt & fœmina: nuptiæ & hic dictus, qđ ſuis partibus æqualis ſit, & in partu humano arbiter maturitatis, vt à Macrobio dictum eſt.

DE SEPTENARIO.

HIC ſolus neque gignit neque gignitur eorum qui ſunt intra denarium, ſià quoquam numero præterquàm ab vnitate: iccirco à Pythagoricis ἀμήτωρ, hoc eſt, ſine matre, item virgo & Minerua dictus eſt: ſenarius enim gignitur ex ternario ſeu binario: at quinarius non gignitur quidem, ſed parit 10: 4 autem & gignit 8, & ex 2 gignitur: ternarius quoque 9 & 6 producit: adeò nullus præter 7 eſt, quin aut gignat, aut gignatur, ſed à ſolis vnitatibus colligitur, hic per quatuor auctus, efficit 28 numerum perfectum, ac partibus ſuis ęqualem: primus Climactericus & priſtinum ſtatum commutans, & vnde criſeos ratio apud medicos, propter lunæ primam faciem, ſeu quòd quadrantem mundi intereà conficiat: adfert etiam hic numerus partui humano vitam, nam ſeptimeſtris partus ęditi ſuperſtites manere, Hippocrates memoriæ

tradidit in ἑπταμήνου: adfert & rebus finem, ob id τελεσφόρος Græcè dictus eſt: nec pauciores ſunt ſeptenarij honore inſignes, quàm ternarij: extat de eadem re apud Macrobium lib. I ſuper Somnium Scipionis, & A.Gellium lib. 3. Noctium Atticarum, & nos alibi quædam congeſsimus in libro de natura rerum, quem Beda reliquit: Plato in Timæo ex hoc numero animam conſtare ſcripſit.

DE OCTONARIO.

OCtonarius primus cubus, eiuſque radix primus numerus binarius: ſolet hic à nonnullis ſedes vocari, nam cubus, vt diximus, corpus ſex lateribus contentum in quamcunque partem ceciderit, immotam habet ſtabilitatem: hinc prouerbium πάντα ὀκτώ, hoc eſt, omnia octo, quod Eraſmus Roterodamus à forma ſepulchri originem traxiſſe refert, quo conditus fuit Steſichorus poëta: alij malunt ad Eratoſtenem referre, qui ait cuncta quæ terra ambiant, eſſe octo: veteres enim octauum cœlum vltimum à terris eſſe exiſtimauerunt.

DE ENNEADE.

HVic neſcio quid primum competat, niſi fortè quòd primus quadratus ex primo impari,

ri: dictus eſt & hic Theleſphorus, quod non o menſe fœtus in vtero ſunt perfecti, rationes con ſonantiarum omnes intra hunc numerum concluduntur, quare & Muſis ſacer. Nam nouem ad octo ἐπογδόον proportionem conſtituit, quod σύστημα dicitur τονὸς, & 9 ad ſex ἡμιόλιος eſt, in qua διὰ πεντὲ, 9 ad 3 διὰ πασῶν καὶ διὰ πεντὲ, in proportione tripla. Tum 8 ad 6 ἐπίτριτος διὰ τεσσάρων, & ad duo quadrupla, δὶς διὰ πασῶν, poſtremò 6 ad 3 proportione dupla, in qua διὰ πασῶν.

DE DENARIO.

Denarius numerorum eſt conſummatio: vbi enim ad eum peruenerimus, ab inferiore numerum repetimus, aut generamus, vt 12, 20, idque ab omnibus gentibus naturæ quadam lege admonitis fieri: & quæ eius ſint perfectione cauſæ, Ariſtoteles in Problematis tradidit. Herodotus author eſt, Phryges ſolos hominum à ſeptenario numerum reflectere: vocatur autem fortitudo hic numerus & conſummatio, quoniam omnem numerum perficit.

FINIS LIBRI SECVNDI.

NVMERANDI DOCTRINA

PRAECLARA METHODO *expoſita, in qua breuiter continentur, & exponuntur apertè ea, quæ ex vniuerſa Arithmetica ſunt ad vſum potiora.*

Authore Lodoico Baëza.



LVTETIAE,
Apud Gulielmum Cauellat, ſub pingui Gallina, ex aduerſo collegij Cameracenſis.
1555.

Εἰς Ἀριθμητικὴν τοῦ Βαέζα.

Ἐν λαβυρινθείαισιν ἀλητείαις πρὶν ἀρίστη
  Ἦν Ἀριαδνείου ἡγεμονία μίτου,
Θησεὺς ἀμφοτέραις οὗ ἐφαπτόμενος θάμα χερσὶ
  Τῶν ἀπόρων δι' ὁδῶν εὐθυπόρησεν ἰών.
Ἐν δὲ πλάναις ἀριθμῶν ἀναριθμήτοισι Βαέζας
  Ἰθυντῆραν ὁδῶν εὗρε τονιῶν μέθοδον.

Ἰω. Αὐράτου.

In Arithmeticam Baëzæ.

In Labyrintheis erroribus optimus olim
  Dux Ariadnei ſtaminis ordo fuit:
Theſeus ambabus manibus quē ſæpe præhenſans
  Iret iter rectà certus inexplicitum.
Sic & in innumero numerorum errore Baëza
  Fila dedit, per quæ dirigeretur iter.

Io. Aurati.

GEORGIVS SALVAT humaniſſimo Lectori S.

Quemadmodũ pernicioſa quæ ſunt & infeſta hominũ generi, Lector humaniſſime, ea ſemper optimi quiq; multò antè quàm incidãt, prouidere ſolẽt, ac omnino coërcere debent: ſic etiam iidem reip. cõmodis inſeruiant, patriæ quod debent libenti animo ſoluant, omnibus denique proſpiciãt, ac bene cupiant neceſſe eſt. Meritò igitur Iſocrates cùm ad rectã Cypriorum adminiſtrationem Nicoclem regem inſtitueret, ait, οἶμαι δὴ πάντας ἂν ὠμολογῆσαι προσήκειν αὐτοῖς, πόλιν τε δυςυχοῦσαν παῦσαι, καὶ καλῶς πράττουσαν, διαφυλάξαι, καὶ μεγάλην, ἐκ μικρᾶς ποιῆσαι. *Quod conſilium cùm iam inde ab adoleſcentia haberet Lodoicus Baëza, ac vt in ea arte quam nouit, & diligentiſſimè tractauit, philoſophiam, cuius non eſt ignarus, demõſtraret, & præclaras diſciplinas excoleret: Arithmeticam adhuc*

ἀμόρφων & ſine methodo traditam, via & ratione docere voluit. Itaque non erit cur quis hoc tãquam minus aptè factum calumnietur. Nam ſi methodus & apta rerum collocatio plurimum valet, & ab omnibus eſt ſemper in ſummo pretio habita: non tantùm τὰ τῆς μεθόδου retinenda ſunt, ſed etiam aliis, ſi alia ſint in eodem genere, anteponenda. Deſcripſit autem ille vniuerſam numerandi facultatem κατὰ τὴν συναγωγήν τε καὶ τὴν διαίρεσιν, in integrorum & minutorum breui & accurata compoſitione & diſſolutione. Ac primùm quidem, quod eſt ſummum, definitione explicat: partitur deinde, ſi res ita ferat: ſingula denique genera, generúmque formas eodem modo ad extremum perſequitur, & exemplorum appoſitione & ſyllogiſmis illuſtrat. Quamobrem ab aliis rudem tantùm & impolitam materiam accipies: hic autem non eam ſolùm informat & expolit, ſed alia etiam à ſe inuenta & excogitata ſuppeditat: ab aliis diſſipata, & in duos libros diſtracta veluti diuerſa tibi proponũtur: hic autẽ vno libello, vt quæ ſint eiuſdem generis & naturæ in vnum collecta & iudicio diſpenſata exhibet. Neq; chartã inſulſis καὶ τοῖς ἀλόγοις barbariſmis expleuit: ſed quæ arithmetica eſſe videbãtur, Latinè expoſuit, & breuiſſimè explicauit. Quare, humaniſſime Lector,

Vnum pro cunctis fama loquatur opus.

LODOICVS BAEZA ſtudioſo Lectori S.

Magna fuit ſemper, humaniſsime Lector, inter homines eruditos artium deſcribendarũ controuerſia: præſertim inter eos qui mathematici vocantur: à quibus via & diſſerendi ratio diligentius eſt in omnibus obſeruanda. Qua de cauſa conſtitueram in re tam controuerſa & difficili, aut diſſerendi conſuetudinem vſitatam retinere, aut ab inchoato opere deſiſtere, aut opus perfectum & abſolutum expectare nonum vt premeretur in annum: verùm eruditiſsimus doctor medicus & mathematicus nobiliſsimus Ioannes Magnien magiſter meus, cùm hoc Arithmeticũ opuſculum videret, ſua potius humanitate, quàm eruditione noſtra ductus, ſentẽtiam meam mutauit penitus, & me exhortatus eſt, vt prelo mandarem: & vt conatus meos ad maiora proueheret, & vt reſpublica poſſet ſtatim fructum & vtilitatem (ſiqua eſt) percipere: & denique quòd opus parum diligenter fortaſſe ſcriptũ plerunque homines reuocarent ad limam, & ali-

quando diligentius recognoſcerent. Cuius conſilium cùm attento animo conſideraſſem & diligenter animaduertiſſem, eò ſum deductus vt typographo mãdarem opuſculum: quod neque omnino ab vſitatis recedit, neq; penitus illis inſiſtit. Quamobrem numerandi facultatem deſcripſimus quantum in nobis fuit ſimpliciter & apertè. Quòd ſi homines bonarum artium expertes & ignari reclamauerint, & huic noſtro inſtituto (ſicuti conſuêrunt) repugnauerint, aut quòd res optimas non deguſtent, aut quòd vtilitati publicæ inuideant, aut denique quòd bonis artibus nõ ſint tincti, intelligant cogitationem & diligentiã noſtrã ideo à nobis adhiberi, nõ vt hos & horum ſimiles cogitemus, ſed vt adoleſcentiam in hoc genere artium nobiliſſimo iuuemus. Κἀκεῖνο γὰρ ἐνθυμητέον ἐστὶν ὅτι ἕκαστος ἡμῶν οὐχ αὑτῷ μόνον γέγονεν, ἀλλὰ τῆς γενέσεως ἡμῶν τὸ μέν τι ἡ πατρὶς μερίζεται, τὸ δέ τι, οἱ γεννήσαντες, τὸ δὲ οἱ λοιποὶ φίλοι πολλὰ δὲ καὶ τοῖς καιροῖς δίδοται τὸν βίον ἡμῶν καταλαμβάνουσι. *ait Plato ad Architam Tarentinũ. Opus itaque noſtrũ diuulgamus, & dirigimus ad vtilitatem reip. Chriſtianæ, in cuius nomine volumus vt appareat. Quòd ſi tu, Lector humaniſſime, hãc noſtrã diligentiã comprobaueris, maiora fortaſſe in hoc genere artiũ et philoſophia peripatetica, propediẽ in lucem emittemus. Vale. Datũ Pariſiis, ad nonas Iulias, anno libertatis Chriſtianæ 1555.*

NVMERANDI DOCTRINA PRAEclara methodo expoſita, authore Lodoico Báëza.

ARithmetica eſt habitus bene numerandi. Docet Scholiō. enim Ariſtoteles, in ſexto moralium ad Nicomachum, artes omnes eſſe τινας ἕξεις, habitus quoſdã & virtutes intelligentiæ. Deinde, ſic diſtinguẽda ſunt ea quorum vis & natura poſita eſt in fine: vt manus, eſt organum comprehendendi. & quemadmodum manus à corpore ſeiunɛta, eſt manus, ſolo verbo, neque magis quàm lapidea, ſic cætera omnia quæ ad aliquid referuntur. Arithmetica igitur cùm ſit in artibus præſtantiſſimis, accuratè eſt excolenda, & diligẽter amplificanda: vt intelligamus, quid in omni genere artium valeat

tam excellentis doctrinæ ſubiectum genus, quod eſt numerus, qui ab vnitate ſumit initium. Vnitas autẽ & numerus ab Euclide ſic definiuntur.

1.defi.7. Μόνας ἐστὶ καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων, ἓν λέγεται.

VNitas eſt, ſecundum quam vnumquodque
Scholiõ. *eorum quæ ſunt, vnum dicitur. Nam ſicuti à duobus, duo, & à tribus, tria: ita ab vno, vnum deducitur, &* παρωνυμῶς *deriuatur.*

2.defi.7. Ἀριθμὸς δὲ, τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος.

NVmerus autem, ex vnitàtibus compoſita multitudo. Verùm, antequàm numerum partiamur, vt numeros deſignare poſſimus: prius ſunt exponẽdæ notæ, quibus vtimur in Arithmetica.

De notis, quibus vtimur in numeris deſignandis.

DEcem ſunt notæ (aut digiti) quibus vniuerſa Arithmeticorum ſchola vti ſolet: quas, cùm numerus ſit additione infinitus, in longiſſimam quandam ſeriem, & infinitam numerorũ multitudinem protrahere poſſumus. Harum nouem etiam per ſe, ſingulæ ſumptæ valẽt aliquid. Figuras autem, & earum vires ex hac ſubiecta deſcriptione capi licet.

Vnum

1 2 3 4 5 6
Vnum, Duo, Tria, Quatuor, Quinque, Sex,
7 8 9 0.
Septem, Octo, Nouem, Zifra.

VLtima eſt figura nihili, quæ vulgo Zifra vocatur, & vt circulus, pingi ſolet: quæ ſeiuncta & à cæteris ſeparata, nihil omnino ſignificat: ſed earum, quibus adiungitur, quia ſitum mutat, vim quoque non ſolùm mutat, ſed etiam auget. Quatuor enim ſunt ordines ſingulariter obſeruãdi: quorũ primus (à dextris vt eſt in more poſitum) vniones ſolas cõtinet. Secundus, denarios, ex vnionibus compoſitos. Tertius, centenarios, ex denariis concretos. Quartus, eſt millenariorum, qui oriuntur ex cẽtenariis. Ab infimis enim, ad ſummos & immenſos numeros, quemadmodum diximus, nitimur. Quòd ſi horũ quatuor ordinum vis & natura fuerit penitus intellecta: nihil deinceps eſt in hoc genere, quod Arithmeticum poſſit remorari: præſertim cùm rem intellectam nullo ferè negotio Latinus Latinè, Gallus Gallicè, Hiſpanus Hiſpanicè, & alius deniq; alio idiomate reddere poſſit & exprimere. Sed vt rem, quam diximus, exemplo appoſito, comprehendere poſſis: horum quatuor ordinum, 3, 6, 8, 9, vim & naturam, ad ſuperio-

res leges exigemus. Nouenarius igitur, quia eſt in ordine primo, ſignificat nouem vniones: octonarius, quia eſt in ordine ſecundo (quem ad denarios pertinere diximus) nō ſignificat ſeipſum omnino & abſolutè, ſed numerum quendam, ex antegreſſo ordine compoſitum, nempe octo denarios, qui ex vnionibus componuntur: ob eámque cauſam, octonarius in ordine ſecundo ſignificabit octoginta. Senarius, quia occupat locū tertium, & proximè componitur ex iis quæ ordine ſecundo continentur, tot centenarios continebit, quot vnitates in ordine primo valet. Vnde neceſſariò conſequitur, ſenarium, in ordine tertio, valere ſexcenta. Ternarius in loco quarto, millenarios amplectitur, illos quidem, ex proximè antecedenti ordine collectos: decies enim centena conſtituunt mille. Quamobrem ternarius, in ordine quarto, valet tria millia. Sic conſequentia ex antecedentibus naſcuntur: vt ſi hanc progrediendi viam, diu multúmque excolueris, facilè aſſequaris numerandi rationem.

Numerum, qui ſequitur, ſuis caracteribus diſtinctum, ſic Latinè reddere poſſumus.

7 9 2 4 8 5 3 1 6 0.

Septies millies millena millia: noningēties vicies quater millena millia: octingenta quinquaginta tria millia: centum ſexaginta.

His

His igitur conſtitutis intelligendum eſt, proprium eſſe omni numero, vt ſuorum circunſtantium, vel æquabiliter ab eo diſtantium, ſummæ ſit dimidium: vt, 2 3 4, iunctorum circunſtantium, nẽpe 6, ternarius eſt dimidium. Hîc quoque 1 2 3 4 5. quia ternarius æquabiliter diſtat ab extremis, eorum eſt dimidium.

Totius artis τύπος *& rudis adumbratio.*

DIctum eſt, huius artis ſubiectum eſſe numerum: cuius variæ & multiplices ſolent exiſtere diuiſiones: quibus numerum partiamur in primum & compoſitum, ad alterum primum planum, ſolidum: perfectum, diminutum, & abundantem: parem, imparem: & in alias denique permultas affectiones. Verùm, inſtituti noſtri ratio poſtulat, vt numeri affectiones ſummas & ad vſum potiores, via & ratione explicemus: idq́ue hoc libello exponamus, quo rerum humanarum vſus vtiliter carere nõ poteſt: & ſine quo, ad præclara ſtudia, quæ ob excellentiam & præſtantiam μαθήματα *vocari meruerunt, nemo vnquam peruenire poteſt. Quibus de cauſsis maiorum artium fundamentum, quod Arithmetica continetur, hîc breuiter exponetur: idq́ue, quantum à nobis fieri poſsit, optimè. Ad eam igitur rem nunc nobis commodiſsima viſa eſt hæc Arithmeticæ conſideratio:*

vt omnia, quæ Arithmetica cõtinẽtur comprehenderemus τῇ συναγωγῇ τε καὶ τῇ διαιρέσει, compoſitione & diſſolutione. Quamobrem id ſpectantes & intuentes exponimus additionem, multiplicationem, ſubſtractionem, diuiſionem: vbi de vtriuſq; radicis apodictica diſſolutione diſſerimus, & iis, quæ ad τὴν συναγωγήν τε καὶ τὴν διαίρεσιν pertinere videntur. Deinde exponimus λόγον & ἀναλογίαν, Quibus vtriusque fractionis, vulgaris & Aſtronomicæ natura cernitur. atqui ad vſum & exercitationẽ eorum omnium, quæ ſunt breuiter à nobis expoſita, τῆς ἀναλογίας affectiones nonnullas, ex Arithmeticis libris Euclidis deductas & deriuatas breuiter contemplamur & exponimus apodicticè: vnde ſuis locis, ad mentem Euclidis, deducimus rationum compoſitionem, & diſſolutionẽ, regulam trium, & ſocietatis. Porrò hæc à nobis diſputantur ſimpliciter & apertè: diſiectis tenebris, & quantum in nobis fuit, propoſito lumine: quod attulerimúſne, an non iis rebus Arithmeticis, tuo iudicio relinquimus. Nobis autem ſatis eſt, iis omnibus in rebus vtilitatem publicam ſpectare & intueri.

De compoſitione.

Compoſitio (vt in hoc genere ſumimus) eſt vnitatũ multitudo. Quæ fit aut additione, aut multiplicatione: quæ verſatur in integris, fractionibus

ctionibus vulgaribus, fractionibus aſtronomicis, & rationibus. Sed prius diſſeremus de integrorum additione.

De additione.

Scholiõ.

Addere, eſt numeros cognomines, & eiuſdem naturæ in vnam ſummam colligere. Omnium verò collectio eandem multitudinem continere debet, quam omnes numeri ſuperiores continebãt. Additurus ergo quoſcũque numeros, diſpone ſingulos ordines cognatos, eiuſdémque nominis & naturæ, ſuis ordinibus, & abſque alieni numeri permiſtione: ita vt vnitates vnitatibus, denarij denariis, centenarij centenariis, millenarij denique millenariis directo limite reſpondeant. Deinde initio ſumpto à dextris, omnibúſque eiuſdem ordinis in vnam ſummã collectis: ſi quicquam reliquum fuerit, quod ordini, quẽ colligis, non ſit cognatum, ſeruato in ordinem proximè ſequentem. & hac methodo progrediêris, quoad omnium numerorum abſoluta fuerit additio, collectáque ſumma. Sed quod dicimus, ex hoc exemplo facilius intelligetur.

Additionis collocatio.

	3	4	5	0
	7	8	9	3
	4	5	0	9
1	5	8	5	2

Additionis ratiocinatio.

PRimùm iunximus 9 & 3, vnde fiunt 12: ex quibus ſubſcripſimus 2, in ordine vnitatum: & retinuimus vnum addendum 14, collectis in ordine ſecundo, vnde fiunt 15. ex quibus ſubſcripſimus 5, & addidimus vnum 17, collectis in ordine tertio, vnde fiunt 18, ex quibus ſubſcripſimus 8, & 14. collectis in ordine quarto addidimus vnum, vnde fiunt 15, ex quibus ſubſcripſimus 5, in ordine quarto, & vnitatem in ordine quinto. Quanuis nullum ſit elementum. Par igitur debet eſſe ſumma collecta, quæ continet quindecim millia octingenta quinquaginta duo, omnibus ſuperioribus numeris, quemadmodum paulò antè diximus.

Zifra nuſquam in vniuerſa Arithmetica, te commmouere debet. nam locum tantùm occupat: nihílque omnino ſignificat, ſed vim ſequentis characteris commutat.

De multiplicatione.

16.defi.7 *ABſoluta additione ſupereſt multiplicatio, additionis compendiū. Numerus enim numerum multiplicare dicitur, quando quotæ ſunt in ipſo vnitates, toties componitur multiplicatus: & producitur aliquis. Vt ſi duxeris 3, in 4, multiplicatus cōponetur ter, quia tres ſunt vnitates in multiplicante, & producentur 12. per-*

inde

inde ac ſi addideris tres quaternarios, Sic.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 4 \\ 4 \\ \hline 12 \end{array}$$

Verùm, quia in multiplicatione requiritur ductus, proponemus tabellam, vnde intelligatur, quantus numerus producatur, ex vnius in alterum ductu. Huius autem tabulæ magnitudinẽ, intelligendum eſt, relinqui noſtro arbitrio: vt & magnitudines cæterorum omnium inſtrumentorum.

Tabula multiplicationis.

Latus ſummum.

Latus ſiniſtrum.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Sume in capite & latere numeros ſeſe inui-

cem multiplicantes: quorum communis angulus dabit tibi productum, vt quater ſeptena ſunt 28.

17.*def*.7 Ὅταν δὲ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους, ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος, ἐπίπεδος καλεῖται, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ, οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ἀριθμοί.

QVando autem bini numeri ſeſe adinuicem multiplicantes aliquem produxerint, productus planus appellatur. Latera verò illius, multiplicantes ſeſe inuicem numeri. Vt duodenarij latera ſiue radices ſunt 3, & 4: *ter enim quaterna ſunt* 12, & *duodenarius eſt planus: cuius duo poſſumus conſtituere genera: quadratorum, & ſurdorum. Quadratus autem ab Euclide ſic definitur.*

19.*defi*.7 Τετράγωνος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ἰσάκις ἴσος ἢ, ὑπὸ δύο ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

Quadratus numerus eſt, qui æquabiliter æquabilis, aut qui ſub duobus numeris æquabilibus continetur.

Scholiō. *NAſcitur enim numerus quadratus ex multiplicatione duorum numerorū, vnde planus omnis: æqualium, vnde conſtituitur quadratus. vt ter terna, nouem: quater quaterna,* 16. *Omnis igitur numerus poteſt eſſe radix quadrata. vt ex hac quoque deſcriptione cōſtare poteſt.*

Quadrati.

Quadrati. 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64.
Latera. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Surdus eſt numerus planus, qui naſcitur ex duobus lateribus inæqualibus. & ob eam cauſſam caret latere tetragonico. Vt 12, ex lateribus 3 & 4. & 20, ex lateribus 4 & 5.

Quid ſit dimetiri.

NVmerus alterum dimetiri dicitur, quando eſt alterum ex lateribus. Vt ternarius dimetitur 12, quia ternarius ſumptus quater, aut ductus in 4, reddit omnino totum. nam ter quaterna ſunt 12. Vt non ſit aliud pars quota, quàm alterum ex lateribus.

Numerum autem metitur aut ſola Vnitas, aut præterea alius numerus. Si ſola Vnitas, vocatur primus: ſi numerus alius, compoſitus. Primus autem ab Euclide ſic definitur.

Πρῶτος ἀριθμὸς ἐστὶν, ὁ μονάδι μόνῃ μετρούμενος. 12 *defi.* 7

Primus numerus eſt, quem Vnitas ſola metitur. Vt ſeptenarius, quinarius.

Quid ſit pars.

Μέρος ἐστὶν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ, ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸν μείζονα. 3. *defi.* 7.

Pars eſt numerus numeri, minor maiori, quando metitur maiorem. Vt ternarius eſt numerus

minor duodenario:quẽ dimetitur ternarius. Ter enim quaterna ſunt 12. *Atque hæc pars vulgò vocatur quota. Indicat enim quoties alterum ex lateribus cõtineatur in numero plano. Vt quaternarius cõtineatur ter in* 12, *&* *ternarius quater.*

Quid ſint partes.

4.*defi.*7 Μέρη δὲ, ὅταν μὴ καταμετρῇ.

Partes autẽ, quando non metitur. Partes enim appellant Arithmetici, quando numerus eſt minor: ſed non dimetitur maiorem. Aut quando nõ eſt alterum ex lateribus. Vt quinque ſunt partes duodenarij.

14.*def.*7 Σύνθετος ἀριθμός ἐστιν ὁ ἀριθμῷ τινι μετρούμενος.

Compoſitus numerus eſt, quem numerus aliquis metitur. Vt 12, *eſt numerus cõpoſitus. Quia ternarius metitur* 12.

13.*de.*7. Πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν, οἱ μονάδι μόνῃ μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.

Primi inter ſe ſunt numeri, quos vnitas ſola dimetitur cõmuni mẽſura. Vt nouenarius & *vigenarius. Vterque enim per ſe compoſitus eſt, ſed comparatus cum altero, eſt ad alterum primus.*

39.*pro.*7 Ἐὰν ἀριθμὸς ὑπό τινος ἀριθμοῦ μετρῆται, ὁ μετρούμενος, ὁμώνυμον μέρος ἕξει τῷ μετροῦντι.

Si numerum aliquis numerus metiaturi mẽſus cognominatam partẽ habebit metienti. Vt ternarius metitur 12. *&* *ob eam cauſam* 12 *habent partem*

partem cognominatam à ternario : duodenarius enim habet tertiam partem 4.

Ἐὰν ἀριθμὸς μέρος ἔχῃ ὁτιοῦν, ὑφ᾽ ὁμωνύμου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται τῷ μέρει. 40.pro. 7.

Si numerus partem habuerit quamlibet, numerabitur à numero homonymo parti. Vt duodenarius habet partem quotam, ternarium : ergo, duodenarius numeratur à quaternario nominato à ternario. Quaternarius enim eſt tertia pars 12, & *quaternarius metitur* 12, *quater enim terna ſunt* 12. *Hinc ſequitur, vt numeri ſeſe inuicem multiplicantes, ſeſe quoque mutuò nominent. Vt ternarius eſt quarta pars duodenarij:* & *quaternarius eſt tertia.*

Ὅταν δὲ τρεῖς ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος, στερεὸς καλεῖται, πλευραὶ δ᾽ αὐτοῦ οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ἀριθμοί. 18.de.7.

Quando verò tres numeri ſeſe multiplicantes, producãt aliquẽ, productus, ſolidus vocatur. latera verò illius, multiplicantes ſeſe inuicem numeri. Vt bis bina bis, octo. ſeſe inuicem multiplicantes ſunt tres binarij, qui ſunt octonarij latera. & *octonarius eſt ſolidus. qui diuerſa cogitatione poteſt eſſe planus. vt ex Euclide conſtat, octaua propoſitione, lib.* 9

Solidorum duo poſſumus conſtituere genera.

cuborum & nō cuborum. Cubus autem ab Euclide ſic definitur.

20.*defi.*7 Κύβος δὲ, ὁ ἰσάκις ἴσος ἰσάκις. ἢ ὑπὸ τριῶν ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

Cubus verò (qui & teſſera) qui æquè æqualis æquè. aut qui ſub tribus æqualibus numeris continetur. Vt bis bina bis 8, *& ter terna ter* 27. *naſcitur enim ex mulplicatione triū numerorū, vnde ſolidus omnis, æqualium, vnde conſtituitur cubus. & quemadmodum omnis numerus poteſt eſſe radix quadrata: eodem quoque modo, cubica. vt hinc conſtat.*

Cubi.	1,	8,	27,	64,	128,	216,	343.
Quadrati.	1,	4,	9,	16,	25,	36,	49.
Radices.	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7, &c.

Reliqua verò genera ſolidorū, ſub tribus inæqualibus lateribus cōtinentur. vt bis terna quater, 24.

16.*pro.*7 *SI bini numeri multiplicantes ſe adinuicem, producāt aliquos, producti ex eis ſunt æquales. vt ter quaterna ſunt* 12, *& quater terna ſunt* 12.

His igitur cōſtitutis, artificiū multiplicationis exponendum erat: niſi artificij cauſſa priorem ſibi locum vendicaret. Ad eam igitur rem ſumemus hanc ſententiam ex Euclide.

Si

SI fuerint duo numeri, ſecetúrque ipſorum alter in quotcunque partes, numerus productus ex duobus integris prioribus, æqualis eſt productis, qui naſcũtur ex multiplicatione numeri non diuiſi, in ſingulas partes numeri diuiſi. 1.pro. 2.

SInt igitur duo numeri 6 & 4, & diuidatur quaternarius in duas partes, nempe in 1. & 3. dico, numerum productum ex toto ſenario ducto in totum quaternariũ, nempe 24, eſſe æqualem duobus numeris, qui naſcuntur ex multiplicatione eiuſdẽ ſenarij in 1. & 3, partes quaternarij. ſexies enim terna ſunt 18, & ſexies vnũ ſunt 6, vnde fiunt 24. Omne enim totum ſuis partibus eſt æquale. Scholiõ.

Idem intelligendum eſt, ſi vterque numerus diuideretur. nam numerus productus ex vtroq; integro, æqualis eſt omnibus productis ex ſingulis partibus. Vt ſi diuidas ſenariũ in tres partes 1, 2, 3, & quaternarium in duas 1, & 3, deinde multiplices partes ſingulas. ſic.

ter	*terna*	*ſunt*	9
ter	*bina*	*ſunt*	6
ter	*vnum*	*ſunt*	3
deinde, ſemel	*terna*		3
ſemel	*bina*	*ſunt*	2
ſemel	*vnum*		1
			24

Ex quibus ſiunt 24: perinde ac ſi duceres 6, in 4. hoc, igitur, fundamento cognito, quia difficile eſt, magnum numerum, ut integrum, in alterum totũ ducere: quaſi ex ſuperiori demõſtratione conſectarium, eſt ab arithmeticis inuentũ hoc artificium.

Ordinum natura ſeruata, diſpone latera ſeſe inuicem multiplicantia. quæ, duo quædam tota repræſentant. deinde ordinis inferioris ſingulas partes ducas, in ſingulas partes ordinis multiplicandi. perinde enim eſt partes ſingulas unius numeri, in partes ſingulas alterius multiplicari, ac ſi totus numerus in totum numerum multiplicetur. quod ex appoſito hoc exemplo intelligetur.

Multiplicationis collocatio.

4 3 0 2	*multiplicãdus*	aut πλευ-
3 0 4	*multiplicans*	ραὶ *latera.*
1 7 2 0 8		
0 0 0 0	*producta ex partibus.*	
1 2 9 0 6		
1 3 6 7 8 0 8	*Summa collecta, aut* ἐπίπεδος *planus.*	

Multiplicationis ratiocinatio.

PRimùm quater bina ſunt 8, deinde eandem partem duco in zifram, quæ, quia locum tantùm occupat, ſubſcribenda eſt è regione. deinde, dico,

dico, quater terna ſunt 12, quorum primus character, nempe 2, ſubſcribitur, & vnitas retinetur addenda numero producendo ex eodem quaternario in 4, vnde fiunt 16: & vnum 17, quæ ſubnotantur, ita tamen vt in ordine quarto reponantur 7, & vnum in ordine quinto. quamuis in eo nullum ſit elementum. Sic abſoluuntur producta vnius partis, nempe 4, per partes ſingulas ordinis multiplicandi. Quæ verò reſtant, vt abſoluatur multiplicatio, ne digito quidẽ trãſuerſo diſcrepant à methodo ſuperiori. Verùm quia hoc noſtrum inſtitutum dirigitur ad rudiorum vtilitatem: quibus rudimenta quædam tradere conamur: exemplum propoſitum abſoluemus. Sequitur deinde zifra, quæ ſe ipſam producit. ob eãque cauſſam ſubſcribũtur quatuor zifræ. vt occupẽtur loca, & vt eorũ quæ deinceps ſubnotabũtur legitimus ordo cõſeruetur. deinde ſequitur ternarius, quem duco in 2, vnde fiunt 6, quæ ſubſcribuntur ad pares angulos & è regione multiplicantis ternarij: deinde duco 3, in zifrã, vnde fit zifra ſubſcribenda. deinde duco 3, in 3, vnde fiunt 9, quæ ſubſcripta ſunt. poſtremò ter quaterna reddiderunt 12, quæ ſubſcripta ſunt: vti vides. Tãdem ducta linea addidi omnia producta. perinde ac ſi ſub 8, eſſẽt duæ zifræ, & ſub duabus zifris eſſet tertia. ſic,

```
      4302 } πλευραὶ.
       304 }
  ---------
     17208
     00000
   1290600
  ---------
   1307808   ἐπίπεδος.
```

Quòd ſi viam & rationē ducēdi vnum elementum inferioris ordinis, in elementa ſingula ordinis multiplicandi, ſemel intellexeris, facilis eſt multiplicatio. cuius natura quemadmodum definitione cernitur, ita iudicium. Verùm ſi productum diuiſeris per alterum ex lateribus, videre debes in numero quoto reliquum. vt ex diuiſione intelligetur. Sed de compoſitione hactenus, ſupereſt diſſolutio.

De diſſolutione.

ABſoluta compoſitione ſupereſt diſſolutio, illi cōtraria. Diſſolutio autem eſt, numeri plani aut ſolidi partitio, & lateris, vnde naſcitur, inueſtigatio. Plani verò diſſoluendi duo ſunt modi, ſubſtractio & diuiſio. Subſtractio autē eſt minoris numeri à maiori, aut æqualis ab æquali ſubductio. idque inter cognomines & eiuſdē naturæ.

Scholiō. *DOcet hæc affectio cognoſcere duorum numerorum differentiam. vt ex 48, ſubſtractis 22, relinquuntur 26, & 48, diuiſa per 22, relin-*

relinquunt 2, in numero quoto: redundantibus 4. Quo fit, vt ſubſtractio & diuiſio differant fine. Subſtractione enim inquirimus, duorum numerorum differẽtiam. diuiſione autem, alterum ex lateribus. Quod ex doctrina diuiſionis erit apertius.

Subſtractionis ἀπόδειξις.

S*I à compoſito numero ſubſtrahatur alter ex componentibus: relinquetur alter. Quo fit, vt vtroque numero legitimè deſcripto, vnóque ex altero per partes cognomines ſubducto, reliqui ſumma fiat. vt ſi ex* 80791, *ſubſtrahas* 7947. *reſtant* 72844, *vt hinc conſtat.*

Subſtractionis deſcriptio.

8 0 7 9 1	*numerus à quo fit ſubſtractio.*
7 9 4 7	*ſubſtrahendus.*
7 2 8 4 4	*reliquum, aut differentia.*

Subſtractionis ratiocinatio.

P*Rimùm ſubduco* 7, *ex vno, quod, quia fieri non poteſt, ſubtraho ex* 10, *ſyngeneis, & eiuſdem naturæ cũ ipſis* 7, *& quod relinquitur additur ſuperiori notæ: & ſumma ſubſcribitur. Verùm hîc obſerua, quoties hoc euenerit, addẽdam eſſe vnitatem notæ inferiori ordinis ſubſtrahendi. Subſtraho igitur* 7, *ex* 10, *vnde relinquuntur* 3, *quæ iuncta cum vnitate relinquunt* 4, *deinde* 4 *&* 1, *fiunt* 5, *quæ ſubducta ex* 9,

relinquunt 4, deinde, quia 9, ex 7, non poſſunt ſubduci, ſubducuntur ex 10, vnde relinquitur vnum, quo iuncto cum 7, fiunt 8, quæ ſubſcribuntur. deinde iungo vnum cum 7, vnde fiunt 8, quæ, quia ex zifra non poſſunt ſubſtrahi, ſubſtracta ex 10, relinquunt 2. poſtremò, quia nō eſt alia nota, cui adiungatur vnitas, ſola ſubſtrahitur ex 8, relictis 7. atque hinc tollitur huius πράξεως difficultas. nam quid facilius eſſe poteſt, quàm à ternario ſubſtrahere ternarium? & 20, ex 35? nulla enim doctrina opus eſt: ſi vbique ſit æqualitas: aut ſubſtrahendus omnino ſit altero minor. Semper enim ſumma ſubducti, & reliqui, debet eſſe æqualis numero à quo fit ſubſtractio. vt ἀπόδειξις indicat. Sed de ſubſtractione hactenus: ſupereſt diuiſio.

De diuiſione.

ABſoluta ſubſtractione, ſupereſt vt de diuiſione diſſeramus: quæ fit duobus modis. aut enim diſſoluitur planus perpetui lateris adiumento: aut lateris quidem adiumento, ſed non perpetui. illud tamen prius à nobis exponetur. Diuiſio, igitur, eſt numeri maioris, aut æqualis, nunquam minoris, per diuiſionem partitio: aut diuidere, eſt numeri plani latus & radicem inquirere, adiumento alterius lateris perpetui &

Scholiō. *antè cogniti. Quo fit, vt in diuiſione requirantur*

tur duo numeri,diuiſor,latus cognitum, & diuidendus, qui eſt planus, ex cuius partitione producitur numerus à diuiſore nominatus. Numerus enim compoſitus ex duobus, per alterum diuiſus, relinquit alterum ex lateribus, in parte quota,quæ indicat quoties diuiſor,id eſt,alterum latus,contineatur ἐν τῷ ἐπιπέδῳ plano & numero diuidendo. Vt conſtat ex capite de multiplicatione. Diſtinguitur, igitur, à ſubſtractione diuiſio ſine. Hîc enim inquirimus alterum ex lateribus: Illîc, duorum numerorum differẽtiam. Vt 48, diuiſa per 22, relinquunt 2, redundantibus 4, at, ſubſtractis 22, ex 48, relinquũtur 26. In hoc igitur exemplo manifeſtum eſt diſcrimẽ.

Diuiſionis collocatio.

DEſcribe numerum diuidendum in loco ſuperiori: cui ſubiice diuiſorem, ordine peruerſo & contrà quàm obſeruari ſit ſolitum in arithmeticis deſcriptionibus. nam eos qui à ſummis deſcendunt, neceſſe eſt multitudinem diſpertiendo decurrere: qui autem ad ſummos nituntur numeros, in vnum multitudinem concludant neceſſe eſt. Deinde inquire per partes quoties inferior contineatur in ſuperiori. nam menſus cognominatam partem habebit metienti diuiſori. Vt antedictum eſt. Hoc enim via & ratio

præſtat, vt quod vix aſſequereris in magnis numeris, ſi totũ per totũ diuideres: nullo ferè negotio per partes ſingulas artificioſè conſequaris.

Diuiſionis παράδειγμα *& ſyllogiſmus.*

8 9 0 4	μετρούμενος. *planus, diuidendus.*
3 3	πλευρά. *latus, diuiſor.*

Poſito igitur vltimo elemento diuiſoris 3, ſub vltimo elemento diuidendi 8, vt in ſuperiori diagrammate vides, inquire quoties elementa ſingula cõtineantur in ſingulis elementis. deinde multiplica productum in totum diuiſorem, id eſt, latus inuẽtum in latus cognitũ, & quod inde emanauerit ſubſtrahatur à diuidendo. vt hîc videbis.

2 3	
8 9 0 4	ἐπίπεδος.
3 3	πλευρά.
6 6	μέρος. *pars quota, aut alterum latus.*
	(2

Vide, itaque, quoties ternarius contineatur in octonario. Sic ratiocinando, ternarius in octonario quoties cõtinetur? & quia bis continetur, ſcribo in loco quodam ſeiuncto, binarium: vti vides. deinde, multiplico binarium in totum diuiſorẽ 33, vnde fiunt 66, quæ ſubſtraho ex elementis numeri diuidendi: poſitis illis quidẽ contra

tra

tra elementa diuidentia.nempe ex 89.*Quòd ſi nulla alia eſſent elementa in numero diuidendo, ſed prima nota diuiſoris perducta eſſet ſub primam diuidendi,eſſet abſoluta diuiſio. Sed quoniam aliæ reſtant notæ,eadem diuidẽdi methodus toties eſt repetenda, quoties diuiſorem tranſtuleris.Transferas igitur diuiſorem* 33, *dextrorſum vno loco ſemotius. Sic,*

2 3 2
8 9 0 4 *diuidendus.*
3 3 *diuiſor.*
1 9 8 *pars quota* (26

Iam eadẽ methodo inquiro,quoties 3,*cõtinentur in* 23,*& quia ſepties cõtinentur,ſubiungo* 7, *binario prius inuẽto.deinde multiplico* 7, *in diuiſorem* 33,*vnde fiunt* 231,*quæ,quia nõ poſſũt ſubſtrahi ex* 230,*minuo ſeptenariũ vno.vnde fiunt* 6,*quæ duco in* 33,*vnde fiũt* 198, *quæ ſubſtracta ex* 230,*relinquũt* 32,*deinde muto eũdẽ diuiſorẽ, multiplicando & ſubſtrahẽdo eodẽ modo.vt hîc vides.* 0 0

2 3 2 7
8 9 0 4 μετρούμενος. *menſus qui habet,*
3 3 μέρος. *partem quotam cui eſt*
2 9 7 *hic numerus homonymus.*
(269 $\frac{27}{33}$

v: *Hîc, reperio 3, contineri in 3, nouies: nouem igitur poſitis in numero quoto, & facta multiplicatione & ſubſtractione, vt prius, obtineo 269. diuiſa igitur 8903, per 33, aſſequor 269, latus alterum, redundantibus tamen 27, quæ indicant numerum propoſitum non fuiſſe procreatum ex lateribus diuiſore & inuento numero quoto. Detractis igitur 27, numerus qui relinqueretur, eſſet planus productus ex lateribus inuentis. Quæ cùm ita ſint, apponimus ſuperfluũ iuxta diuiſorem, ſic $\frac{27}{33}$ vnde naſcuntur 269, $\frac{27}{33}$ latus & radix germana plani prius poſiti. quid autẽ ſint $\frac{27}{33}$ viginti ſeptẽ trigeſimæ tertiæ, quantúmque valeant, exponetur ſuo loco. Talis eſt, igitur, diuiſio. cuius iudicium & examen eſt facile: ſi naturam diuiſionis comprehenderis. Quẽadmodum enim numerus diuidendus, planus ille quidem componitur ex ſuis lateribus, diuiſore videlicet & numero quoto: ita eſt neceſſe lateribus inter ſe multiplicatis, & addito reliquo, ſi quicquam fuerit, numerum diuidendum & areã procreari. Duco igitur 269, in 33, vnde fiũt 8877, quibus addo 27, vnde fiunt 8904, ἐπίπεδος.*

Quæ ſint animaduertenda in diuiſione.

SI elementum vltimum diuiſoris fuerit maius elemento diuidendo, mutandus eſt diuiſor.

Cuius

Cuius rei cauſſa repetēda eſt ex diuiſionis definitione. Verbi gratia, ſi diuiderentur 467, per 66, quia diuiſor & latus 6, maior eſt plano diuidendo 4, mutandus eſt diuiſor ſic.

4 6 7.
6 6.

Si fuerit reliquum in diuidendo, non debet eſſe maius, aut æquale, ſed ſemper minus diuiſore.

Si diuiſor in diuidendo nullo modo contineatur: mutandus eſt diuiſor, & in numero quoto eſt apponenda zifra. alioqui ordinum natura perturbaretur.

Si ex multiplicatione numeri quoti in diuiſorem, naſcatur numerus maior quàm qui à diuidendo poſsit ſubſtrahi: detrahenda eſt à digito & inuenta parte quota, Vnitas aut Vna, aut duæ, aut tres, quoad ex multiplicatione Vtriuſque lateris, producatur numerus, qui poſsit ſubſtrahi ex diuidendo. quod in exemplo noſtro contigit. nā cùm ex 230, non poſſent ſubſtrahi 231, mutauimus 7, in 6. In numero quoto eſt ſemper apponendus digitus, id eſt Vnica tantùm figura.

Si ex diuiſione nihil eſt reliquum, & numerus quotus eſt æqualis diuiſori, numerus diuiſus eſt quadratus. Vt 625, diuiſa per 25, relinquent 25. radicem quadratam.

Si numerus diuidendus ſit omnino minor di-

uiſore, fiat diuiſio interiecta linea, ut 4, diuiſa per 6, relinquunt $\frac{4}{6}$ quatuor ſextas. Atqui de diuiſione hactenus. Supereſt ut de diſſoluendo quadrato diſputemus.

De apodictica diſſolutione
plani quadrati.

ABſoluta doctrina inquirendi lateris ignoti, per latus cognitum: ſupereſt ut doceamus, quemadmodum poßimus perueſtigare radicem, non quamlibet, ſed quadratam. nullo antè cognito latere perpetuo. & ob eam cauſſam radicem quadratam inquirere, eſt quadrati latus, unde naſcitur, inueſtigare. Cuius diſſolutionis methodus facilis erit, iis præſertim quibus eſt eius natura cognita & perſpecta. ad eámque rem eſt intelligendum, quid ad Euclidis mentem diſputemus.

4.Pro.2. Si numerus diuidatur utcunque, quadratus qui fit ex toto, æqualis eſt quadratis qui fiunt ex partibus, & ei qui ex ipſis partibus producitur bis ſumpto.

Scholiō. Diuidatur, igitur, numerus 25, in duas partes 20, & 5, dico, quadratum 625, qui fit ex toto numero 25, eſſe æqualem duobus quadratis qui fiunt ex partibus 20, & 5, nempe 400, & 25, & præterea numero producto, ex multiplicatione partium, ſed bis ſumpto. uidelicet duobus centenariis.

centenariis. Vicies enim quina ſunt 100.*quadratus igitur ex toto æqualis eſt quatuor productis. Vt perſpicuum eſt ex hac apodictica multiplicatione.*

20, 5.
20. 5.

2 5 *primus quadratus cuius latus eſt* 5.
1 0 0 *productus ex partibus cuius latera ſunt* 5,& 20.
1 0 0 *productus ex partibus cuius latera ſunt* 20,& 5.
4 0 0 *poſtremus quadratus cuius latus eſt* 20.

6 2 5

Ex hac multiplicatione,productus eſt planus 625,*perinde ac ſi ducerentur* 25,*in* 25.*in quo exemplo vides,duos eſſe quadratos* 25,& 400,& *duos interiectos planos* 100, & 100, *quibus omnibus eſt æqualis quadratus* 625, *natus ex* 25. *Vnde ſequitur in numero* 625 , *omnia illa eſſe confuſa, imprimis* 400, *deinde* 200, *tertio loco* 25.*Hîc ſingulariter eſt obſeruãdum duos numeros productos ex partibus, nempe* 100, & 100, *id eſt* 200, *eſſe permiſtos in ſenario,qui in ordine tertio valet,vti diximus, ſexcenta. ergo,du-*

centa nata ſunt ex lateribus 40, & 5, nam 5, ducta in 40, reddunt 200. quare in 40, duo ſunt latera permiſta nempe 20, & 20, quæ cõtinent duplum vnius lateris nempe 20, nam 40, habẽt rationem duplam ad 20. ob eámque cauſſam, in 200, neceſſe eſt ſint iſta latera 20, & 5, latera primi & poſtremi quadrati. quæ ſimul iuncta reddunt latus & radicem (quam inquiro) totius numeri producti. id eſt, magni quadrati. vt ex hoc diagrammate conſtat.

25

5.	20.
25.	100.
100.	400.

Præterea eſt obſeruandum in numero 625, vti diximus, duos eſſe quadratos & tria elementa, & quadratum vnum 400, latêre in numero poſtremo 600: alterum 25, in primo: & inter duos quadratos intercedere 200, id eſt, duos numeros productos ex partibus, iunctos illos quidem, vt ſæpe dicimus, & hinc iterum conſtat.

20, 5
20, 5

2 5 *quadratus & eius latus* 5.

200,*cuius lat.* 40,& 5. { 1 0 0 *productus ex partibus* 5, & 20.
1 0 0 *productus ex partibus* 20, & 5.

4 0 0 *quadratus productus ex* 20.

6 2 5

Hic ſingulariter eſt animaduertẽdum, quemadmodum 200, *naſcuntur ex lateribus* 40, & 5. & *quemadmodum* 40, *alterum latus ſit duplum* 20, *lateris alterius producti. Quare ſi ducenta diuiderentur per* 40, *relinquerent in numero quoto* 5, *alterum latus. quod etiam eſt latus quadrati primi* 25. *in tribus igitur elementis duo ſunt quadrati. Quamobrem, inquiſiturus radicem quadratam, punge prius regiones impares, ſic.*

6 2 5
•   •

Nam ſicuti conſtat ex ſuperioribus, puncta notant regionem quadrati, & quot fuerint puncta, tot quadratos particulares confundi in propoſito numero, & tot notas futuras eſſe in radice. radix enim magni quadrati componitur ex

radicibus quadratorum particularium.

His igitur conſtitutis, quamuis ſint infinita latera planorum, & ob eam cauſſam omnis numerus poſsit eſſe radix quadrata: certus tamen numerus laterum hîc conſtituetur, quorum cognitio eſt neceſſaria ad quadratum diſſoluẽdum.

Quadrati 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81.

Radices, 1, 2. 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Sit igitur numerus, cuius radicem inquirere volumus 625, *imprimis, vti diximus, notentur loca imparia, ſic.*

6 2 5
• •

πράξις *& ratiocinatio.*

Deinde elementi ampliſsimi, id eſt numeri poſtremi, ſiue ſit vna nota ſupra vltimum punctum, ſiue ab ea ſequatur altera, inquire radicem quadratam inter nouem radices prius expoſitas, quæ ſi non inueniatur, ſume proximè minorem. Senarij igitur radix proximè minor eſt binarius quem noto, vt fieri ſolet in diuiſione: deinde multiplico binarium quadratè, id eſt, in ſeipſum, & productum ſubſtraho ex eo numero qui eſt ab vltimo puncto, ſic.

2
6 2 5.
• •

Hoc eſt primum in omni diſſolutione quadrati: verùm hîc obſerua, nos aſſecutos eſſe radicem poſtremi quadrati nempe 400, & ideo in numero quotô exiſtere 2, id eſt, reuera 20, quæ continent latus vnum vnius producti eorũ quæ intercedunt inter duos quadratos. Quamobrem abſoluta priori numeratione, duplo quicquid eſt in quotiente & colloco inter duo puncta proxima, vt hîc vides,

2
6 2 5
• •
✱ 4
(2

Idq́ue facio vt latus alterum eius quod eſt interiectum, quod eſt latus primi quadrati, aſſequi poßim. Duplo igitur 2, vnde fiunt 4, bis enim bina ſunt quatuor, quæ reuera ſunt 40, (vt locus indicat) & latus alterũ 200. Meritò igitur colloco 4, vti dixi, deinde inquiro, quoties quatuor contineantur in 22, id eſt vnius lateris adiumento inquiro latus alterum 5. video itaque 4, in 22, contineri quinquies, quæ duobus locis ſcribo, & iuxta binarium prius inuentum, & ſub proximo puncto vbi eſt quadratus, ſic.

ɸ

2 ɸ ɸ

6 2 5

· ·

4 4 8

2 2 5 (25.

Scribo autem duobus locis, quia 5, cùm ſit latus alterũ ex productis, eſt latus primi quadrati qui latet in primo pũcto, & ideo multiplico 5, in diuiſorem ſiue duplũ cum figura adiũcta 45, vnde fiũt 225, quæ ſubſtracta ex 225 nihil relinquunt. Quòd ſi deinceps alia ſequerentur puncta, eadem omnino methodo progrediendum eſſet, duplando quicquid eſſet in numero quoto, inquirendo, producta ſubſcribẽdo, multiplicãdo, & deniq; ſubſtrahẽdo quẽadmodum diximus. Aſſecuti igitur ſumus radicem quadratam 25, quæ in ſe multiplicata reddunt 625. Sit prætereà rudioribus tetragoni diſſoluendi altera ratiocinatio.

ɸ 1

1 0 5 6 2 9

· · ·

9 (3

Imprimis noto loca imparia. deinde ſumo proximè minorem radicẽ vltimi numeri 10, quæ eſt 3, quæ ſcribo (vt fit) pro primo numero quoto, deinde ſubſtraho quadratũ ternarij videlicet 9, ex vltimo numero 10, vnde relinquitur 1, vt vides.

ɸ
ɸ 1 3 2
1 0 5 6 2 5
· · ·

9 6 2
1 2 4 (32

Deinde ternario duplato, vnde fiũt 6, & poſito inter duo pũcta proxima, videlicet ſub 5, quia 6, cõtinẽtur in 15, bis, ſcribo 2, & ad ternariũ, & ſub pũcto ſequẽti, deinde multiplico 2, in 62, vnde fiũt 124, quæ ſubſtracta ex 156, relinquũt 32. deinde duplo quicquid eſt in numero quoto nempe 32, vnde fiũt 64, quæ ſcribẽtur ab elemẽto medio poſito inter duo proxima puncta, videlicet 4, ſub 2, ſex deinceps ſiniſtrorſum ſub altero ſequenti ſenario, vt hic vides.

ɸ ɸ ɸ
ɸ 1 3 2 ɸ ɸ
1 0 5 6 2 5
· · ·

6 4 5
3 2 2 5 (325

Et quoniã 6, in 32, cõtinentur quinquies, ſcribo 5, (vti dixi) in duobus locis, in numero quoto & ſub pũcto primo, deinde duco 5, in 645, vnde fiũt 3225, quæ ſubducta ex 3225, nihil relinquunt. Quãobrem perueſtigauimus numeri propoſiti ra-

dicem quadratam 325, quæ ſi duxeris in ſe ſiunt 105625. Atque de diſſolutione quadrati hactenus.

Cautiuncula.

SI quicquam fuerit reliquum ex diuiſione, argumento eſt, numerum propoſitũ nõ eſſe quadratum. Neq; eſt quòd crucieris in diſſoluẽdis huiuſmodi numeris. nam qui non eſt quadratus nũquam imitabitur quadrati naturam. Reliquũ autem notari ſolet ſuꝑ duplata radice, ſic.

```
    ϕ ϕ ϕ
  ϕ 1 3 2 1 2
  1 0 5 6 3 7
    .   .   .

    9 6 2 4 5   (325 12/650
    1 2 4 2 5
        6
      3 2
```

Ex ſuperiori diuiſione reliqua ſunt 12, quæ poſui ſupra radicem 325, duplatam, vnde ſiunt 325, $\frac{12}{650}$ numeri propoſiti radix quadrata propinquior. ſupereſt vt de diſſoluendo cubo diſputemus.

De diſſoluendo cubo.

ABſoluta plani diſſolutione, ſupereſt vt ſolidus diſſoluatur. ex ſolidis autem ſolus eſt cubus in arithmetica diſſoluendus. nã cæteri omnes diuidũtur planorum inſtar. Radicem igitur cubicam

cam inquirere,eſt latus,vnde cubus naſcitur inueſtigare: & vt quadrati,ita & cubi poſſunt eſſe infinita latera. Sed vt notauimus nonnullas radices quadratas quaſi principia quædam: ita hîc opus eſt conſtituere quaſdam cubicas.

Cubi	1	8	27	64	125	216	243	512	729.
Quadrati	1	4	9	16	25	36	49	64	81.
Radices	1	2	3	4	5	6	7	8	9.

His conſtitutis,deinceps progrediemur quantum fieri poſſit via & ratione. & ideo vt cubi naturã penitus intelligamus,prius exponemus, quot & quibus productis ſit æqualis. Sit igitur in primis cubus 1728,*cuius latus eſt* 12, *duodecim enim ducta in* 12 *reddunt* 124,*quadratum. in quem iterum ducta reddũt* 1728,*cubum. Dico igitur cubum qui fit ex* 12,*eſſe æqualem duobus cubis particularibus & quatuor interiectis productis qui fiunt ex partibus, vt hinc conſtat.*

12
12
24
12
144 *quadratus*

Diſſoluto quadrato 144, *in tres partes, in* 100, & 40, & 4, *deinde diſſoluta radice quadrata* 12, *in duas partes* 10 & 2. *fiunt ſex producta.*

100, 40, 4,
10, 2

8 *Cubus primus cuius latus 2.*
8 0 *Productus cuius latera 2, & 40.*
2 0 0 *Productus cuius latera 2, & 100.*
4 0 *Productus cuius latera 10 & 4.*
4 0 0 *Productus cuius latera 10 & 40,*
1 0 0 0 *Cubus cuius latus 10.*

1 7 2 8

Cubus magnus 1728, *æqualis eſt duobus cubis particularibus* 8, & 1000, & *quatuor productis interiectis. Hîc inſignitè eſt obſeruandũ in quatuor figuris* 1728, *duos eſſe cubos particulares* 1000 & 8, & *quatuor producta* 80, 200, 40, & 400. (*quæ efficiunt* 720) *confuſa & interiecta eſſe inter duos cubos* 1000 & 8. *in quatuor igitur figuris ſunt duo cubi. Quamobrẽ inquiſiturus radicem cubicam, punge regiones ſingulas binis tamen intermiſſis, ſic,*

1 7 2 8
•   •

Puncta

Puncta enim indicant ibi latêre cubum & tot futura eſſe radicis elemẽta quot fuerint puncta. Radix enim magni cubi componitur ex radicibus cuborum particularium 10 & 2. Quæ iuncta reddunt 12, cubi noſtri radicẽ. Interiecta autem ſunt quatuor producta hoc modo.

1 7 2 8
·   ·

cuius latera ſunt 300 & 2, *vbi*
Primũ productũ 6 0 0 *ſunt duo producta* 200 & 400.

Secundũ productũ 1 2 0 *vbi ſunt duo producta* 80 & 40.

Tertio loco eſt cubus 8

Notatis igitur regionibus (vt diximus) numerandum eſt hac methodo.

ϕ
1 7 2 8
·   ·
1   3 ——*triplum* (12
  3 *diuiſor.*

Quære radicem cubicã numeri qui eſt ab vltimo puncto, aut ſi non reperiatur ſume proximè minorem: deinde eius cubum ſubſtrahe à numero qui eſt ab vltimo puncto, vt radix vltimi

numeri in exemplo noſtro eſt 1,*quam notaui*, & *eius cubum ſubſtraxi, vt hîc vides*, & *fieri ſolet in diſſolutione quadrati. Hîc dilige̅ter obſerua, in numero quoto* (1,*id eſt, reuera* 10. *contineri radicem cubi particularis* 1000, *deinde vt inueniam alterius cubi particularis radicem, ea quæ ſunt interiecta ſic ſunt mihi adiumento, triplo quicquid fuerit in quotiente ſcilicet*(1, *vnde fiunt* 3 *quæ ſcribo ſub* 2, *vt vides, id eſt, ſub figura quæ proximè ſequitur punctum præcedẽs, deinde multiplico eundem quotientem in triplum, vnde fiunt* 3, *quæ noto ſub* 7, *id eſt, ſiniſtrorſum vno loco ſemotius à triplo, quod retinebit nomen.* & *alter ab officio diuiſor appellabitur. Deinde inquiro cũ poſteriori ternario quoties idem cõtineatur in* 7, *quem video contineri bis, quæ ſcribo iuxta quotientem, deinde multiplico* 2, *in diuiſorem* 3, *vnde fiunt* 6, *ſcribenda ſub diuiſore, ſic.*

ɸ
1 7 3 8
• •

1 7 *triplum*
3 *diuiſor* (12
6

ɸ ɸ ɸ ɸ
1 7 2 8
· ·

1 3 *triplum*
3 *diuiſor* (12

6
1 2
8

7 2 8

Deinde multiplico quadratè 2, vnde fiunt 4, quæ duco in triplum, vnde fiunt 12, ſcribenda ſub triplo, ſeruatis ordinibus. tertiò multiplico cubicè 2, vnde fiunt 8, ſcribenda ſub proximo puncto, id eſt, ſub 8: poſtremò colligo tria producta vnde fiunt 728, quæ ſubſtracta ex 728 nihil relinquunt. Hæc eſt methodus extrahendæ radicis cubicæ, toties repetenda quot fuerint puncta reliqua. & ſic aſſecuti ſumus radicem cubicam 12, quæ cubicè multiplicata reddunt 1728. *Hîc tamen obſerua producta tria prius à nobis expoſita, nam productum primum reuera valet ſexcenta 600, ſecundũ 120, poſtremum 8, perinde ac ſi ita diſponerentur.* πρᾶξις.

```
  ɸ
  1 7 2 8
  •     •
  1   3
    3          (12
---------------
    6 0 0
    1 2 0
        8
---------------
    7 2 8
```

Aliud exemplum.

```
ɸ4
1 2 9 7 7 8 7 5
•     •     •      (2
8
```

Primò ſumpſi ex tabella radicem proximè minorem 2, quæ multiplicaui cubicè, vnde fiunt 8, quæ ſuſtracta ex 12, reliquerunt 4, vt vides.

```
    ɸ
  ɸ 4 8 1 ɸ
  1 2 9 7 7 8 7 5
    •     •     •
    8   6 trip.        (23
    1 2   diuiſ.
-----------------
    3 6
      5 4
        2 7
-----------------
    4 1 6 7
-----------------
```

Deinde triplaui quotientem 2, vnde fiunt 6, πρᾶξις.
triplum. quod ſcripſi ſub 7, figurâ quæ proximè ſequitur punctum præcedens, poſtea eundē quotientem 2, duxi in triplum, vnde fiūt 12, diuiſor. quem ſcripſi ſemotum à triplo, vno loco læuam verſus ſeruatis ordinibus: tum, quia vnum in 4, continetur ter, ſcribo 3, in quotiente, pòſt, duco 3, in diuiſorem 12, vnde fiunt 36, notanda ſub diuiſore: tum multiplico quotientem 3, quadratè, Vnde fiunt 9: quæ duco in triplū, vnde fiunt 54, ſcribenda ſub triplo, ad extremum, multiplico cubicè eundem ternarium, vnde fiunt 27, notanda ſub puncto proximo, demum addidi tria producta, vnde fiunt 4167, quæ ſubducta ex 4977, relinquunt 810. Verùm quia reliquū eſt vnum punctum eandem methodum ſic repeto.

```
  ϕ ϕ ϕ
ϕ 4 8 1 ϕ ϕ ϕ ϕ
1 2 9 7 7 8 7 5
•     •     •
  8       6 9
    1 5 8 7        (235
   ______________
    7 9 3 5
      1 7 2 5
          1 2 5
   ______________
    8 1 0 8 7 5
```

Triplo totum quotientem 23, vnde fiunt 69, quæ ſcribo ſub proxima figura quæ ſequitur punctum præcedens nempe ſub 7. Deinde duco 23, in triplum, vnde fiunt 1587, diuiſor, notandus vno loco ſemotus à triplo læuam verſus: pòſt, quia 1, continetur quinquies in 8, ſcribo 5, iuxta quotientem: tum duco 5, in diuiſorem 1587, vnde fiunt 7935, notanda ſub diuiſore ſeruatis ordinibus: poſtea quadro 5, vnde fiunt 25, quæ ducta in triplum 69, reddunt 1725, ſcribenda ſub triplo: poſtremò multiplico cubicè 5, vnde fiunt 125, notanda ſub proximo puncto. Tribus igitur productis additis, & eorum ſumma ſubducta à ſuperioribus, conſecuti ſumus radicem cubicam 235, quæ cubicè multiplicata reddunt 12977875.

Cautiuncula.

SI quicquam fuerit reliquum ex diſſolutione radicis cubicæ, ſcribitur ſupra radicem triplatam, ídque declarat numerũ propoſitum nõ eſſe cubum, ſed quod ſupereſt redundare in eo, exempli gratia.

ϕ ϕ

```
ɸ ɸ ɸ 9
1 7 3 7
.     .

1   3
    3      (12 9/36
    6
    1 2
        8
    7 2 8
```

Reliqua ſunt 9, quæ ſcripſi ſupra radicẽ triplatam 12, vnde naſcuntur $\frac{9}{36}$ nouẽ trigeſimæ ſextæ numeri propoſiti radix cubica propinquior. & de diſſolutione cubi hactenus.

Compoſitionis & diſſolutionis comparatio.

ADditio & multiplicatio ſic inter ſe ſunt Scholiõ.
affectæ, vt planè ſint idem. Quódque additione longius fit: multiplicatione fit breuius. vt non ſit aliud multiplicatio quàm additionis compendium.

Subſtractio & diuiſio, quamuis magna ſimilitudine coniungantur: videntur tamen ſic diſtingui poſſe, vt in illa differentiam duorum numerorum, in hac, alterum ex plani lateribus inquiramus.

De compoſitionis & diſſolutionis varia & diſtincta natura.

Scholiũ. *Compoſitionis & diſſolutionis variam & diſsimilem naturam breuiter hîc, repetemus. vt apertius intelligamus harum rerum excellentiam, fundamentum & cauſſam. Quod enim multiplicatione componitur: contrariâ illi partitione diſrumpitur atque diſſoluitur. Sit igitur planus 72, cuius latera ſunt 9 & 8, nouem enim in octo ducta componunt 72, quæ diuiſa per 9, relinquunt 8, deinde diuiſa per 8, relinquunt 9, alterum ex lateribus. Atqui hactenus de integrorum cõpoſitione & diſſolutione. Supereſt vt huc referamus ea quæ ad τὴν συναγωγὴν τε καὶ τὴν διαίρεσιν pertinere videntur. ob eãque cauſſam primùm ex Euclidis arithmeticis libris huc deriuamus.*

6.defi.7. Ἄρτιος δ' ἀριθμός ἐστιν ὁ δίχα διαιρούμενος.

Par numerus eſt qui bifariam diuiditur. numerus enim par diuiditur in duas partes æquales per binarium, quod barbari vocant mediare. vt 4. 6. 8.

7.defi.7. Περισσὸς δὲ, ὁ μὴ διαιρούμενος δίχα. ἢ ὁ μονάδι διαφέρων ἀρτίου ἀριθμοῦ.

Impar verò, qui bifariam non diuiditur. aut qui vnitate differt à pari. cui ſubiiciemus numerum impariter imparem. Sed prius exponemus

numeri

numeri paris tria genera, deducta illa quidem ex varietate laterum ἐπίπεδον procreantium: pariter parium, pariter imparium, impariter parium. ad eámque rem ait Euclides.

Ἐὰν ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσι, ὁ ὅλος, ἄρτιος ἐστι. 21.pro.9

Si pares numeri quilibet componantur, totus, par eſt.

Ὁ ὅλος, *hîc eſt* ἀριθμὸς σύνθετος. *numerus cõpoſitus. Huiuſmodi autem compoſitio & multiplicatio tribus modis fieri poteſt. aut enim componuntur omnes pares, vnde naſcuntur pariter pares, aut pares per impares, vnde naſcuntur pariter impares, aut (quod idẽ eſt) impares per pares, vnde naſcũtur impariter pares. de quibus ordine diſſeremus. Propriũ eſt paribus vt inter ſe aut cum imparibus multiplicati reddant numerum parẽ. vt 2 in 2, reddunt 4, & 2 in 3, reddũt 6. & 3 in 2, reddunt 6. nam ſi impares numeri quilibet componantur, fuerit autem multitudo par, totus par erit. & ſi impar numerus multiplicauerit parem, productus eſt par.* Scholiõ. 22.et 28. pro.9.

Ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμὸς ἐστιν, ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν. 8.defi.7.

Pariter par eſt numerus par, quem par numerus metitur per numerũ parem. aut cuius vtrũque latus eſt numerus par. qualis eſt octonarius,

quem metiuntur latera 4 & 2, bis enim quaterna ſunt 8.

32.*pro.9* Τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ἀριθμῶν, ἀρτιάκις ἄρτιος ἐστι, μόνον.

A binario duplorum vnuſquiſque pariter par eſt tantū. facta enim progreſſione dupla ab vnitate, naſcuntur omnes numeri pariter pares. vt hinc conſtat.

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, &c.

Proprium eſt pariter paribus habere numerum productum ab extremis æqualem ei qui fit ex medio, aut ex mediis. quod hinc fit perſpicuum 1 2 4 8 16, *nam vnum in* 16, *reddit* 16 *æqualia numero producto ex* 2 *in* 8. & 4, *in ſe vnde fiunt* 16.

9.*defi.7* Ἀρτιάκις δὲ περισσὸς ἐστιν, ὁ ὑπ' ἀρτίου ἀριθμὸν μετρούμενος, κατὰ περισσὸν ἀριθμόν.

Pariter autem impar eſt numerus par, quem par numerus metitur per imparem numerum. aut cuius vnum latus eſt par, alterum impar. vt ſenarius quem metiūtur latera 2, & 3, *bis enim terna ſunt* 6. *quorum vnum latus eſt binarius, par: alterum, ternarius, impar. vnde ſequitur omnem numerum pariter imparem procreari ex paribus multiplicatis in numeros impares.*

10.*def.7* *Impariter verò par eſt numerus par, quem impar numerus metitur per numerum parem. aut cu-*

aut cuius latera ſunt eadem cum lateribus numeri pariter imparis. quare horum numerorum exempla & procreatio ſunt repetenda ex proximo genere. Abſolutis tribus generibus pariū, ſupereſt vt diſſeramus de iis quæ ſunt ſubiecta imparibus. ad eámque rem ait Euclides.

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς περισσὸν ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος περισσὸς ἔσται. 29. Pro. 9.

Si impar numerus imparem numerum multiplicans producat aliquem, productus impar erit. vt 3 in 3, reddunt 9, numerum imparem. quamobrem ſequitur vt,

Περισσάκις περισσὸς ἀριθμός ἐστιν, ὁ ὑπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ περισσὸν ἀριθμόν. 11. defi. 7

Impariter impar ſit numerus impar, quem impar numerus metitur per imparem numerum. aut cuius latera ſunt numeri impares. vt nouenarius qui naſcitur ex lateribus imparibus inter ſe multiplicatis. ter enim terna ſunt 9.

Τέλειος ἀριθμός ἐστιν, ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν, ἴσος ὤν. 23. def. 7

Perfectus numerus eſt qui ſui ipſius partibus eſt æqualis.

Perfectum numerum appellant arithmetici cuius omnes partes quotæ additæ reddunt exa- Scholiō.

ctè totum. Vt ſenarij partes ſunt 1, 2, 3, quæ iunctæ reddunt 6. & 28. cuius partes, 1, 2, 4, 7, 14, additæ reddunt 28. ergo 6 & 28, ſunt numeri perfecti.

Numerus igitur diminutus eſt, cuius partes iunctæ reddunt minus toto. Vt 15, cuius partes 1, 3, 5, iunctæ reddunt 9, numerum minorem ipſis 15.

Quare fit vt numerus abundans ſit cuius partes iunctæ totius ſummam exuperent. Vt duodenarij partes ſunt 1, 2, 3, 4, 6, quæ iunctæ cōponunt 16, numerum maiorem duodenario.

Quomodo naſcantur numeri perfecti.

36. Pro. 9. Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἐκτεθῶσιν, ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ, ἕως οὗ ὁ σύμπας συντεθεὶς πρῶτος γένηται, καὶ ὁ σύμπας ἐπὶ τὸν ἔσχατον πολλαπλασιασθεὶς ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος τέλειος ἔσται.

Si ab vnitate quilibet numeri continuè expoſiti fuerint in dupla ἀναλογίᾳ & proportione, ex quo totus cōpoſitus primus fuerit, & totus in vltimū multiplicatus producat aliquem, qui producitur perfectus erit.

Scholiō. Sententia huius propoſitionis eſt huiuſmodi, fiat progreſsio in ratione dupla. aut diſponantur

tur omnes numeri pariter pares ab vnitate. deinde addantur ordine, quoad colligatur numerus primus, qui ductus in poſtremum producit numerum perfectum. Sint igitur pariter pares ab vnitate 1, 2, 4, 8, 16, 32. Ex quibus primùm addo 1, & 2, vnde fiunt 3, numerus primus quem ſola vnitas metitur, ob eámque cauſſam multiplico ternarium in 2, poſtremum numerum, vnde fiunt 6, numerus perfectus. Deinde addo 1, & 2, & 4, vnde fiunt 7, numerus primus, quem duco in poſtremum 4, vnde fiunt 28, numerus perfectus. Deinde addo 1, & 2, & 4 & 8, vnde fiunt 15, qui non eſt numerus primus, & ob eam cauſſam non poteſt producere numerum perfectum. Deinde addo 1, & 2, & 4, & 8, & 16. vnde fiunt 31, numerus primus, quem duco in 16, poſtrema, vnde fiũt 496, numerus perfectus. hac methodo naſcerẽtur cæteri omnes numeri perfecti & pariter parium καθολικὸν πάθημα demonſtraretur. ita vt eſſent numeri perfecti ſinguli in ſingulis ordinibus, id eſt intra decem vnus 6. intra centum vnus 28, intra mille vnus 496. τέλειον γὰρ δύσκολον. Perfecta enim & ſuis numeris abſoluta ſunt diſficilia. atqui hæc breuiter ſint dicta de compoſitione & diſſolutione integrorum, & iis quæ huc referenda eſſe videbantur. quorum vtilitas

tam latè patet per omnia rerum genera vt ſubiectum ſibi habeat ad addendum, multiplicandum, ſubſtrahendum, partiendum, quicquid ſit in rerum natura. aurum, argentũ, æs, & quodvis metallum. corpora, quantitates, qualitates, & denique arithmetica ſe ipſam numeret. & herbarum gradus. ne quis fallatur, impropriè medicos loqui, cùm ita dicant, hanc plantam eſſe frigidam in primo aut ſecundo aut tertio gradu. Nam obſecro, quænam erit ars præter arithmeticam, ad quam numerandi facultas propriè pertineat? Tam propriè igitur ita medici loquuntur, quàm cùm ego numero primum, ſecundum, tertium, quartum, quintum aureum, ſolidum, coronatum. nam, vt ex Ariſtotelis philoſophia cognonimus ἐξ ἀφερέσεως ſunt artes iſte. arithmeticâ igitur inſtructi rem quemlibet numeramus. quæſtiunculas enim & fallaces cõcluſiunculas, quibus fortaſſe premimur, ita diſſoluere, vt acutiſſimos dialecticos & maturos philoſophos reprehendamus, hominis eſt imperiti & in bonis diſciplinis parum verſati. Bene quidem Galenus, maiorum artium fundamenta, ait, debere eſſe firmiſſimè iacta, antequàm in obſcuras & difficiles quæſtiones ingrediamur. requirit enim vir acutiſſimus vt ἀῤῥῶντως poſsis προσιέναι τῇ ζητήσει.

Ca.1.li.5 philoſophiæ. & ca.2. li.2.phy. & cap. 14. analytico tertio.

In libello de cõpoſitione artis medicæ.

Πρῶτοι

Πρῶτον μὲν, ὀξεῖαν τὴν φύσιν.

Primò quidem acutam naturam.

Δεύτερον δὲ, ἡ ἐκ τῆς παιδικῆς ἡλικίας ἀγωγὴν, τε καὶ τὴν ἄσκησιν ἐν τοῖς πρώτοις μαθήμασι, μάλιστα δ' ἐν ἀριθμητικῇ.

Secundò autem, educationem & exercitationem à pueris in præſtantiſſimis diſciplinis, præſertim in arithmetica.

Τρίτον ὑποσχεῖν τὰ ὦτα τοῖς, κατ' τὸ ἑαυτοῦ χρόνον, ἀείστοις.

Tertiò, exhibuiſſe aures iis qui ſuis temporibus floruerunt. & artes nobiles didiciſſe, à viris illius ætatis nobiliſſimis.

Τέταρτον, εἶναι φιλοπονώτατον, ἡμέραν καὶ νυχθ' ὅλην.

Quartò, eſſe laboris ſtudioſiſſimum diu noctúque.

Πέμπτον ἐν ἅπαντι τῷ βίῳ ἀληθείας ὀρεχθῆναι.

Quintò, per vniuerſam vitam fuiſſe veritatis ſtudioſum.

Ἕκτον ἐκμαθεῖν τὴν μέθοδον.

Sextò didiciſſe methodum viam & rationem collocandarum rerum omnium.

Ἕβδομον ἐφ' ἅπασιν ἀσκῆσαι τὴν μέθοδον, ὡς μὴ γινώσκειν μόνον, ἀλλὰ κεχρῆσθαι δύνασθαι.

Septimò, omnibus in rebus excolere methodum, vt non ſolùm cognoſcas quid ſit illa, quámque præclara, quámque diuina ſit de methodo doctrina & præceptio, ſed vt vſu & exercitatio-

ne adhibita, poſsis intelligere quid ipſa valeat. Hæc ſunt illa munera & præſtantiſsima ornamenta, quæ Galenus requirit in hominibus eruditis, vt audacter poſsint difficiles & obſcuras quæſtiones explicare, in quibus vt inſtrumentum præſtantiſsimum arithmetica continetur. Quamobrem, tam præclara eſt hæc facultas vt ab ea hominem putem eſſe dictum, logicũ, quo neque maius quicquam, neque excellentius eſſe potuit. Sed de his hactenus. vt aliam compoſitionis & diſſolutionis partem exponamus.

De comparationibus planorum cum ſuis lateribus.

HActenus expoſuimus cõpoſitionẽ & diſſolutionẽ numerorũ planorũ, ſupererat nũc vt explicaremus idem in minutiis: verùm fractionis natura tam coniuncta eſſe videtur cum rationibus & comparationibus numerorum, vt vnum ex altero deduci videatur, & eam ob ipſam cauſſam quantum fieri poſsit commodiſſimè vtrũque explicabitur. Ad eam igitur rem, intelligẽdũ eſt in numero plano rationẽ & ἀναλογίαν verſari, vbi cõparamus planum cum ſuis lateribus vel cõtrà. quapropter id ἑξέως cum Euclide diſtinguemus εἰς τὸν λόγον τε, καὶ τὴν ἀναλογίαν, ratio-

rationem & proportionem. Sed prius de ratione dicamus ex Euclidis ſententia.

Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν, ἡ κατὰ πηλικότητα πρὸς ἄλληλα ποιὰ σχέσις 3.def.5.

Ratio eſt duarum magnitudinum eiuſdem generis, aliqua ex parte, adinuicem quædam comparatio. Vt 4, ad 2, eſt ratio dupla.

Cùm ex Ariſtotelis philoſophia cognoſcamus, multis modis poſſe rem quamlibet comparari cum alia: eos huic generi accommodatos, & ex ampliſſima comprehenſione deductos, in numerorum rationibus & proportionibus conſiderabimus.

Numerus igitur ſi alteri ſit æqualis, Vt ternarius ternario, erit ratio æqualitatis: ſi maior, Vt quaternarius ternario, erit ratio maioris inæqualitatis: ſi minor, Vt ternarius quaternario, erit ratio minoris inæqualitatis, & à maiori diſtinguetur ſola propoſitione, ſub, Vt 4, ad 2, eſt ratio dupla, 2, ad 4, ratio ſubdupla, quæ ſic ſcribi poſſunt $\frac{4}{2}$ $\frac{2}{4}$. *Vnde ſuperior (Vt fractiones cum rationibus coniungamus) erit numerator, inferior verò denominator. Denominator eſt diuiſor rei propoſitæ: numerator (præſertim denominatore minor) ſignificat tot partes diuiſori cognomines ſumendas eſſe quot in eo ſunt Vnitates. Numerator Vocatur antecedens, denominator*

conſequens, vt in hac ratione ſubdupla $\frac{3}{6}$ numerator, ſiue antecedens eſt 3, denominator ſiue conſequens 6, qui diuidet rem propoſitam vt ſolidum in ſex ſextas, ſic φ φ
1 2
6 *(2.i. in ſex duerniones 222222, ex quibus numerator ſumet ſibi tres 222, id eſt ſex vncias. Fractio igitur erit integræ rei partitio vt $\frac{1}{3}$ vnum tertium ſignificat. $\frac{2}{3}$, duas tertias. ea duplex eſt ſimplex & compoſita. ſimplex vnico numeratore & denominatore conſtat linea quadam ſic interiecta $\frac{}{5}$ duæ quintæ, ſuperior, numerator: inferior, vt diximus, denominator appellatur.*

Fractio compoſita pluribus vno conſtat & numeratoribus & denominatoribus, vnica linea etiam ducta, vt à fractionibus ſimplicibus diſtingui poßit, vt $\frac{3}{4}\ \frac{2}{3}\ \frac{3}{7}$, tres quartæ duarum tertiarum trium ſeptimarum. indicatur, rem imprimis diuiſam eſſe in ſeptem partes, & vt numerator indicat, ſumptas eſſe tres: deinde has tres ſeptimas diuiſas fuiſſe in tres partes, & ex eis ſumptas eſſe duas, quas denique intelligimus diuiſas in quatuor partes, & ex eis tandem ſumptas eſſe tres. his enim ambagibus ſignificamus tres quartas duarum tertiarum trium ſeptimarum. Res eſt facilis ſi numeratoris & denominatoris

natoris definitiones animo complectaris.

Verùm ne in re moleſta potius, quàm difficili ſimus pueris, quibus hic potiſsimùm conſulimus, paulò breuiores, idem in ſolido apertius indicabimus. Sit igitur $\frac{1}{4}\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{2}$ *vnum quartum duorum tertiorum vnius ſecundi: hîc dico, vnciam ſignificari. intelligo enim ſolidum diuiſum eſſe in duas partes & ex eis ſumptam eſſe vnam nempe 6, deinde 6, diuiſa eſſe per 3, in tres duerniones, & ex eis ſumptos eſſe duos nempe 4, quæ poſtremò diuiſa per 4, in quatuor vnitates, ex eis ſumimus vnam, vt poſtremus indicat numerator, id eſt vnciam, duodecimam partem ſolidi,* $\frac{1}{12}$.

Quomodo reuocanda ſit fractio compoſita ad ſimplicem.

NE *numeratio his ambagibus inuoluatur & perturbetur, fractio omnis compoſita reducetur ad ſimplicem, ſi colloces pro numeratore & denominatore, id quod producetur ex ſingulis in ſuo genere inter ſe multiplicatis vt* $\frac{1}{4}\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{2}$ *multiplica 1, 2, 1, numeratores inter ſe, fiūt duo nempe numerator, deinde ducas 4, in 3, fiunt 12, quibus ductis in 2, fiunt 24, denominator, vnde prodit fractio ſimplex* $\frac{2}{24}$ *duæ vi-*

geſimæ quartæ.

Cautiuncula.

H*Ic obſeruandum eſt, nihil intereſſe quocunque ordine diſponas fractionem compoſitam. idem enim ſemper ſignificatur, vt hîc* $\frac{2}{3}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{4}$. *idem ſignificatur quod hîc* $\frac{1}{2}\,\frac{2}{3}\,\frac{1}{4}$. *vbique enim eſt vncia. ex fractionis enim compoſitæ mutatione quauis eadem eſt multiplicatio, eadémque fractio ſimplex. Integra reuocabis in partes integrorum numero multiplicato per denominatorem, ad quem illa redigere velis: vt ſi redigas 4 integra, ad ſextas, ducas 4, in 6, fiunt* $\frac{24}{6}$ *vbi ſunt quatuor integra. quæ multiplicatione conuertuntur in partes, vt diuiſione rediguntur ad integra.*

Quid ſit terminus.

T*Erminos vocant arithmetici numeros minimos, infra quos ratio ſimilis cadere non poteſt, vt in ratione dupla, termini ſunt 2, & 1, infra quos deorſum nunquam incides in rationem ſimilem. cùm contrà ſurſum verſus in infinitum hæc ratio ſerpere poſſit. vt videbis in ſingulis formis.*

Quo-

Quomodo poſſis propoſitæ rationis terminos inuenire.

VTile eſt arithmetico cognoſcere terminos. præſertim cùm quid valeat fractio, non intelligatur ex magnis numeris, ſed ex ratione ſimili. quod ſingula genera rationum planum facient. Diuide igitur numeratorem & denominatorem, per numerum vtrique communem, & inde producta erunt termini, vt $\frac{9}{12}$ vtriuſque cõmunis diuiſor eſt ternarius: diuide igitur $\frac{9}{12}$ per 3, & obtinebis $\frac{3}{4}$ tres quartas, minimos numeros in ſubſeſquitertia.

De inueniendo communi diuiſore.

SI non poſſis inuenire numerum communem 1. & 2.
qui vtrunque diuidat, ſubſtrahe minorem à pro. 7.
maiore & rurſus minorem ex maiore, donec peruentum fuerit ad duos numeros æquales, ex quibus vnus eſt diuiſor & maxima, vtriuſque communis, pars quota. Quòd ſi in hac ſubſtractione peruentum ſit ad vnitatem, numeri ab initio propoſiti erant termini, vt aufero 9, ex 12, & relinquũtur 3, quæ ablata ex 9, relinquunt 6, & iterum 3, ablata ex 6, relinquunt tria huius fractionis $\frac{9}{12}$ communem diuiſorem.

De ratione æqualitatis.

HIs igitur conſtitutis, æquales ſunt ſibi numeri, quando vnus eſt tantus, quantus eſt alter. vt 3, & 3, 4, & 4. quare ratio æqualitatis ſic conſtituta $\frac{3}{3}$ $\frac{4}{4}$ valet vnum integrum.

Proprium eſt æqualibus eſſe ἄτομα *indiuidua, & ideo hic nulla eſt forma.*

De ratione vtriuſque inæqualitatis maioris & minoris.

MAior eſt numerus quando alterum, vt minorem, excedit. cuius exuperantiæ tres ſunt modi ſimplices, & duo compoſiti, multiplex, ſuperparticularis, ſuperpartiens, multiplex ſuperparticularis, multiplex ſuperpartiens. Minoris inæqualitatis totidem ſunt genera, ſola præpoſitione, ſub, diſtincta, & ideo vna & eadem doctrina exponentur.

De multiplicibus.

2.*def.*5. Πολλαπλάσιον δὲ τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάττονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

Multiplex autem maior minore, quando eum
Scholiũ. *metitur minor. quando enim numerus maior minorem omnino continet ſæpius, vt bis, ter, quater,*

quater, eſt ratio multiplex. vt 4, ad 2, quatuor enim componuntur ex duobus, bis enim bina ſunt 4, vnde 2, continentur in 4, bis, quò fit vt vocetur dupla, quia maior continet minorem bis. ſi ter contineret, tripla. ſi quater, quadrupla. cuius ſpecies ſiue minimi termini oriuntur ex continuo numerorum ordine cum vnitate comparato, ſumpto initio à binario vt hinc conſtat.

Termini-	dupla	tripla	quadrupla	quin.
	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{4}{1}$	$\frac{5}{1}$
	Sexcup.	Septec.	octoc.	nonocupla.
	$\frac{6}{1}$	$\frac{7}{1}$	$\frac{8}{1}$	$\frac{9}{1}$

Hîc intelligendum eſt generaliter, quid fractio valeat in omni ratione maioris inæqualitatis. Diximus ſi ſit ratio æqualitatis, integrum repræſentari, vt $\frac{3}{3}$ vel $\frac{4}{4}$. quãdo numerator habet ad denominatorem rationem maioris inæqualitatis, ſignificatur plus integro, vt $\frac{4}{3}$, vbi opus eſt diuiſione maioris per minorem, vt proferantur integra, & relinquatur fractio, vt 4, diuiſa per 3, relinquunt 1, & $\frac{1}{3}$ vnum integrum & tertium vnum. Quando numerator habet ad denominatorem rationem minoris inæqualitatis, ſignificatur minus integro, vt $\frac{3}{4}$. cui numeratori propriè conuenit definitio numeratoris à nobis prius collecta.

Vnde ſit rationibus imponendum nomen.

Hîc præterea eſt obſeruandum, ex diuiſione duorum numerorum prodire vnius ad alterum rationis appellationem: nam latera cuiuſque plani ſibi mutuò nomen imponunt. vt ſi velis cognoſcere rationem inter 8, & 4, id eſt, quoties contineatur quaternarius in octonario, diuide 8, per 4, vnde relinquũtur 2, rationis duplæ appellatio. item 4, diuiſa per 3, relinquunt 1, & $\frac{1}{3}$ id eſt ſeſquitertiam denominationem rationis quæ cadit in 4, & 3. Hîc obſerua compoſitionis & diuiſionis diſsimilem naturam, & planorum cum ſuis lateribus cõiunctionem. vt octonarius planus comparatus cum ſuis lateribus diuerſis modis afficiatur: latera autem ſunt 4, & 2, vnde 8, ad 4, habent rationem duplam, nominatam ab altero latere: ſed 8, ad 2, habent rationem quadruplam, nominatam ab altero latere. tanta eſt excellentia & admirabilis natura planorum & laterum.

Quomodo poſsit ratio quæuis in infinitum ſerpere.

PRimùm rationis propoſitæ colloca terminos, deinde vnumquodque productum multipli-
17.*pr.*7. *ca per 2, vel quemuis alium. idem enim numerus ſi multiplicet alios, producet numeros ſimiles & eiuſdem rationis.*

Ter-

Termini ſunt $\frac{2}{1}$

$\frac{2}{1}$ $\frac{4}{2}$ $\frac{8}{4}$ $\frac{16}{8}$ *ꝟbique eſt duplà: ſed numeris inuerſis fiet ſubdupla* $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{8}{16}$. *in dupla plus,ſed in ſubdupla minus integro ſignificatur. Hîc etiam intelligas oportet* ἰσοδυναμίαν, *id eſt, eandem integri partem contineri, ꝟt in ſubdupla perpetuò ſignificatur integri propoſiti pars ſecunda, quia ſunt plani ſimiles & eiuſdem rationis.*

Progreßio in tripla.

Termini ſunt $\frac{3}{1}$

$\frac{3}{1}$ $\frac{6}{2}$ $\frac{12}{4}$ $\frac{24}{8}$ *inuerſis numeris fiet ſubtripla* $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{4}{12}$ $\frac{8}{24}$.

Proprium eſt multiplicibus maiorem habere multiplicem, ꝟt tripla eſt maior, quàm ſit dupla, & quadrupla maior, quàm tripla, ꝟt ternarius eſt maior binario, & quaternarius maior ternario.

De ſuperparticulari.

SVperparticularis eſt quando numerus maior cõtinet minorem ſemel, & præterea minoris partẽ quotã, à qua ſpeciei nomen imponetur. ꝟt ab altera parte ſeſqualtera: à tertia parte, ſeſquitertia. ꝟt quaternarius numerus planus diuiſus per 3, relinquet 1, & $\frac{1}{3}$ alterum latus, ꝟnde 4, ad 3, habent rationem ſeſquitertiam: & 4, ad 1, & $\frac{1}{3}$ habent rationem triplam.

Oriuntur autem omnes ſuperparticulares ſpecies, ſi naturali numerorum ordini à ternario

ſumpto initio, ſubſcribatur idem ordo à binario. Vt hinc conſtat.

Seſqualtera, ſeſquitertia, ſeſquiquarta,
$\frac{3}{2}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{5}{4}$
ſeſquiquinta, ſeſquiſexta, ſeſquioctaua
$\frac{6}{5}$ $\frac{7}{6}$ $\frac{8}{7}$

Progreßio in ſeſqualtera.

Termini ſunt $\frac{3}{2}$
$\frac{3}{2}$ $\frac{6}{4}$ $\frac{12}{8}$ $\frac{24}{16}$ *inuerſis numeris fit ſubſeſqualtera,*
$\frac{2}{3}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{8}{12}$ $\frac{16}{24}$

In ſeſqualtera plus, in ſubſeſqualtera minus integro ſignificatur. & eſt ἰσοδυναμία.

Propriũ eſt ſuperparticularibus, habere aliam ſuperparticularem minorem. Minor eſt ea cuius pars à maiori numero nominatur, Vt ſeſquitertia eſt minor ratione ſeſqualterâ, quia Vna tertia eſt minor pars, quàm ſit Vna ſecunda: deinde ſeſquiquarta eſt minor ratione ſeſquitertia, Vna enim quarta pars, eſt minor quàm ſit Vna tertia.

De ſuperpartientibus.

SVperpartiens eſt quando numerus maior continet minorem ſemel, ac præterea minoris nõ partem quotam, Vt ſuperior ratio, ſed partes quæ

non

non efficiant partem quotam, ſed quantam. à quibus partibus huic formæ nomen imponetur, vt 5, ad 3, ratio eſt ſuperbipartiens tertias, quia 5, continent 3, ſemel, & præterea duas tertias. Hic memineris diſcriminis inter partẽ & partes, nã multiplices & ſuperparticulares verſantur ἐν τῷ μέρει in parte: ſed ſuperpartientes ἐν τοῖς μέρεσι in partibus.

Naſcuntur omnes ſuperpartientes ſpecies ſiue termini ex imparibus, initio ſumpto à quinario, comparatis cum ſingulis numeris ordinis naturalis, initio ſumpto à ternario, ſic.

$\frac{5}{3}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{9}{5}$ $\frac{11}{6}$ $\frac{13}{7}$

5, & 3, conſtituunt ſuperbipartientem tertias, quia 5, diuiſa per 3, relinquunt 1, & $\frac{2}{3}$ vnum & duas tertias. 7, & 4, conſtituunt ſupertripartientem quartas eadem ratione. & eodem modo in cæteris: nam quod eſt in medio, partes indicat: quod verò in fine, numerum minorem.

Progreſsio in ſuperbipartiente tertias.

Termini ſunt $\frac{5}{3}$

$\frac{5}{3}$ $\frac{10}{6}$ $\frac{20}{12}$ $\frac{40}{24}$ *minoris inæqualitatis ſunt* $\frac{3}{5}$ $\frac{6}{10}$ $\frac{12}{20}$ $\frac{24}{40}$.

Vbique eſt eadem ratio, & propterea ἰσοδυναμία.

Proprium eſt ſuperpartientibus, ſpectato numero partium, quæ in medio ponuntur, maiorem ſupra ſe habere. Vt poſt ſuperbipartientem tertias ſequitur ſupertripartiens quartas, quæ eſt maior, ratione habita partium in medio poſitarum.

De multiplici ſuperparticulari.

MVltiplex ſuperparticularis componitur ex duabus prioribus, & ideo ea eſt quando numerus maior continet minorem ſæpius, ac præterea minoris partem quotam. Vt 5, ad 2, eſt dupla ſeſqualtera: 5, enim diuiſa per 2, relinquunt 2, & $\frac{1}{2}$ vnde ſumitur nomen. Vocatur igitur dupla à binario, & ab altera parte, ſeſqualtera. quemadmodum enim hæc ſpecies componitur ex duabus prioribus: eodem quoque modo nomen ſumitur ab vtraque.

Naſcuntur autem ex imparibus initio ſumpto à 5, comparatis cum numeris progredientibus ordine naturali à binario.

$\frac{5}{2}$ $\frac{7}{3}$ $\frac{9}{4}$ $\frac{11}{5}$ $\frac{13}{6}$ $\frac{15}{7}$

5, & 2, cõſtituunt duplam ſeſqualteram: 7 & 3, conſtituunt duplam ſeſquitertiam, quia 7, diuiſa per 3, relinquunt 2, & $\frac{1}{3}$ vnde ſumitur nomen. Hac methodo aſſequimur ex ſuperparticularibus, omnes: ex multiplicibus, duplam tãtùm: verùm cæteras omnes aſſequemur cõpoſito quodam

dam numero ex vtroque termino & comparato cum minori, vt 5, & 2, reddunt 7, quæ comparata cum minori numero 2, reddunt triplam ſeſqualteram, & ſic deinceps.

Progreßio in dupla ſeſqualtera.

$\frac{5}{2}$ $\frac{10}{4}$ $\frac{20}{8}$ $\frac{40}{16}$ *in minoribus* $\frac{2}{5}$ $\frac{4}{10}$ $\frac{8}{20}$ $\frac{16}{40}$

Hîc in maioribus ſignificatur plus, in minoribus minus integro: & eſt etiam ἰσοδυναμία.

Proprietas eſt hîc compoſita ex vtriuſque generis natura. Vt ratione multiplicis ſit maior quæ à maiori numero nominatur: ſed ratione ſuperparticularis ſit maior quæ à minori numero vocatur.

De multiplicibus ſuperpartientibus.

GEnus hoc, vt vi nominis intelligitur, componitur ex duobus, quorum naturam, appellationem, & proprietates imitatur. & ideo fit quando maior continet minorem ſæpius, ac præterea minoris partes. Vt 8, ad 3, ratio eſt dupla ſuperbipartiens tertias: nam 8, diuiſa per 3, relinquunt 2, $\frac{2}{3}$ *vnde ſumitur nomen.*

Naſcentur autem duplæ tantùm & cætera omnia genera ſuperpartientiũ, ex numeris, initio ſumpto ab 8, & progredientibus per continuam intermißionem ternarij, comparatis illis

quidem cum ſingulis numeris ordinis naturalis, initio ſumpto à ternario, ſic.

$\frac{8}{3}$ $\frac{11}{14}$ $\frac{14}{5}$ $\frac{17}{6}$ $\frac{20}{7}$, *&c.*

8, & 3, conſtituunt duplam ſuperbipartientem tertias: 11, & 4, duplam ſupertripartientem quartas: 14, & 5, duplam ſuperquadripartientem quintas, &c. nam vt 14, diuiſa per 5, relinquunt 2, & $\frac{4}{5}$, *vnde ſumitur nomen: ita cæterorum omnium aſſequemur nomen, diuiſionis adiumento. præterea hac methodo inueniuntur omnes ſuperpartientes, & ex multiplicibus, dupla tantùm. Quamobrem collige terminos in vnam ſummam, eámque compara cum termino minori, & obtinebis omnia genera multiplicium: vt 8, & 3, reddunt 11, quæ ad 3, minorem terminum, habent rationem triplam ſuperbipartientem tertias, & eodem modo etiam inueniuntur omnia genera multiplicium.*

Progreſsio in dupla ſuperbipartiente tertias.

$\frac{8}{3}$ $\frac{16}{6}$ $\frac{32}{12}$ $\frac{64}{24}$. *in minoribus autem* $\frac{3}{8}$ $\frac{6}{16}$ $\frac{12}{32}$ $\frac{24}{64}$.

Hîc eſt eiuſdem rationis progreſsio, & ideo ἰσοδυναμία *vis æqualis.*

De analogia.

ABſoluta ratione exponetur ἀναλογία, *quæ ab*
4.def.5. *Euclide definitur* τῶν λόγων ὁμοιότης, *rationum ſimilitudo. Proportio autem in tribus ter-*

minis

minis, eſt minima: ait Euclides, vt 1, 2, 4. ſicut 1, ad 2, ita 2 ad 4, vbi medius bis ſumitur, quod vbi fit, efficitur proportio continua: diſiūcta verò eſt, quando non iteratur idem terminus, vt 3 6 4 8. ſicut 3 ad 6: ita 4 ad 8. 9.defi.5.

Proportionum hîc decem modos cōſtituemus, in quibus eſt proportio geometrica ſiue directa, cui conuenit Euclidis definitio, ex cuius tractādæ ratione oriuntur ſex conſecutiones. Sit igitur in primis geometrica proportio 2436.

Geometrica proportio.

2 4 3 6

Vbi ſicut 2 ad 4, ita 3 ad 6. hîc 2 & 3 ſunt antecedentia: 4 & 6 conſequentia. Permutata igitur ratio erit comparatio antecedentis cum antecedente, & conſequentis cum conſequente. vt ſi, vt, 2 ad 4, ita 3 ad 6: ergo ſicut 2 ad 3, ita 4 ad 6. 12.def.5.

Conuerſa ratio eſt antecedentium & conſequentium inuerſio. exempli gratia. 13.def.5.

Si, vt 2 ad 4, ita 3 ad 6,
ergo ſicut 4, ad 2, ita 6 ad 3.

Compoſita ratio eſt quādo antecedens & cōſequens redduntur conſequenti. ſic, 14.de.5.

Si, vt 2 ad 4, ita 3 ad 6,
ergo ſicut 2 & 4, id eſt, 6 ad 4,
ita 3 & 6, id eſt, 9, ad 6.

15.def.5. *Diuiſa ratio eſt quando exuperantia antecedentis ſupra conſequens, redditur conſequenti. ꝟbi compoſita ſic diuiditur.*

Si ꝟt 6 *ad* 4 *ita* 9 *ad* 6,
ergo ſicut 2 *ad* 4, *ita* 3 *ad* 6.

16.de.5. *Conuerſio rationis eſt quando antecedens redditur exuperātiæ ſupra conſequēs. ꝟerbi gratia.*

Si ꝟt 6 *ad* 4, *ita* 9 *ad* 6,
ergo ſicut 6 *ad* 2, *ita* 9 *ad* 3.

17.def.5. *Aequa ratio eſt quādo diſpoſitis numeris & æquali multitudine & in eādem ratione fit extremorum comparatio, detractis mediis: ꝟt ſint duo ordines.*

Primus	8	*Secundus*	16
	4		8
	2		4

Vbi ſic diſſero, ſi ꝟt 8 *ad* 4, *ita* 16 *ad* 8, & *ꝟt* 4 *ad* 2, *ita* 8 *ad* 4: *ergo ſicut* 8 *ad* 2, *ita* 16 *ad* 4.

18. def.5 *Ordinata proportio eſt cùm fuerit antecedēs ad conſequens, ſicut antecedens ad conſequens, & conſequens ad rem aliam, ꝟt conſequens ad rem aliam. ꝟnde fit ꝟt duo ſuperiores ordines cō tineant ordinatam proportionem. nam ꝟt* 8 *ad* 4, & 4 *ad* 2, *ita* 16 *ad* 8, & 8 *ad* 4.

19. def.5 *Inordinata proportio eſt cùm fuerit antecedens ad conſequens, ſicut antecedens ad conſequens,*

quens, & conſequẽs ad rem aliam, ſicut res alia ad antecedens. vt in his duobus ordinibus.

8	4
6	3
4	6

Nam ſicut 8 ad 6, ita 4 ad 3, & vt 6 ad 4, ita 6 ad 4, verùm obſerua in duabus poſterioribus nullam eſſe conſequutionem.

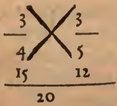
Arithmetica proportio non eſt rationum, ſed exuperãtiæ ſimilitudo. ſumitur enim ex æqualibus differentiis, vt conſtat ex ordine naturali numerorũ 1 2 3 4 5 6 7 8 9, &c. vbi omnium differentia eſt vnitas.

His igitur conſtitutis intelligendum eſt in hoc exemplo $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$ poſſe conſiderari iunctionem, multiplicationem, ſubſtractionem, diuiſionem vel partium vel rationũ. ſed primùm (nihil enim intereſt) vt ad vſum quoque potius exponetur prius.

De minutiis.

QVemadmodum integra diſsimilia quæ naturâ ſunt diſtracta inter ſe iungi non poſsũt, neq; aliud ex alio ſubduci: ita fractiones inæqualium denominatorũ. Quamobrem exponendum eſt quemadmodum poſsis inæquales denominatores redigere ad eundem. Quod vt commodius fiat, propoſitæ rationis quære terminos;

deinde ex multiplicatione vtriuſque denominatoris naſcitur communis denominator : numeratores verò ex oppoſito ductu. vt $\frac{3}{4}$ & $\frac{3}{5}$. Primùm duco 4 in 5, vnde fiũt 20, communis denominator : tum 3 in 5, vnde fiunt 15 numerator prioris fractionis, poſtea 4 in 3, vnde fiunt 12, numerator poſterioris fractionis. vt conſtat ex hac deſcriptione.



17.pro.7 *Huius rei fundamentum continetur Euclidis ſentẽtia. numerus enim idẽ multiplicat alios, & ideo producuntur numeri ſimiles & eiuſdem rationis. quemadmodum copioſè eſt in rationibus diſputatum. ergo $\frac{3}{4}$ valent $\frac{15}{20}$, & $\frac{3}{5}$ valent $\frac{12}{20}$ vbi nullum eſt valoris diſcrimen cùm non ſit diuerſa ratio.*

Quomodo fractiones plures duabus ſint reuocandæ ad eandem denominationem.

SVperior doctrina pertinet tãtùm ad duas fractiones. Verùm appoſito exemplo explicabimus

mus quemadmodum plures duabus poſsint redigi ſub eundem denominatorem. ſint igitur $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$ & $\frac{1}{2}$ redigenda, primùm multiplica omnes denominatores inter ſe, 3 in 4, vnde fiunt 12, deinde 12 in 2, vnde naſcũtur 24, communis omnium denominator, cuius adiumento abſoluemus propoſitum. reducas igitur in primis $\frac{2}{3}$, ad eámque rem multiplica 24, in 2 numeratorem, vnde fiunt 48, quæ diuiſa per 3, denominatorem, relinquunt 16, numeratorem primæ fractionis. quo fit vt $\frac{2}{3}$ valeant $\frac{16}{24}$. Deinde reuoca $\frac{3}{4}$ eâdem methodo multiplicando 24 in 3, vnde fiunt 72, quæ diuiſa per 4, relinquũt 18, numeratorem ſecundæ fractionis: quo fit vt $\frac{3}{4}$ valeant $\frac{18}{24}$. poſtea ducas 24 in 1, numeratorem poſtremæ fractionis, vnde fiunt 24, quæ diuiſa per 2, relinquunt 12, & propterea $\frac{1}{2}$ valet $\frac{12}{24}$ & hac methodo reuocauimus fractiones plures duabus ad eandem appellationem, vnde concludimus.

$\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{2}$

valere,

$\frac{16}{24}$ $\frac{18}{24}$ $\frac{12}{24}$.

Generalis admonitio.

SI integra cum fractis conſpirent, reuocentur ad fractionem, multiplicatis integris per denominatorem propoſitæ fractionis, & ſumma addita partibus. vt 3, & $\frac{2}{5}$ duco 3 in 5, & fiunt

15, *quibus addo* 2, *vnde naſcuntur* 17, *quibus ſubſcribo* 5, *denominatorem ſic*, $\frac{17}{5}$.

Si fractiones fractionum occurrant, reuocentur ad fractionem ſimplicem, vt antè eſt expoſitum.

De additione minutiarum.

H*Ic addere, eſt fractiones cognomines colligere, aut fractiones propoſitas ad vnã fractionem ſimplicẽ reuocare. Quare ſi denominatores non ſint æquales, fac æquales ſint: deinde additis numeratoribus ſubſcribe cõmunem denominatorem, vt* $\frac{2}{3}$ & $\frac{9}{3}$ & $\frac{3}{4}$, *prius addo duas, ſemper enim adduntur binæ*, $\frac{2}{3}$ & $\frac{9}{3}$ *vnde fiunt* $\frac{11}{3}$, *tum addo* $\frac{11}{3}$ & $\frac{3}{4}$ *quæ reductæ valent* $\frac{44}{12}$ & ^{2}. *additis igitur* 44, & 9, *fiunt* 53, *ſuſcripto communi denominatore, ſic* $\frac{53}{12}$ & *ſic concludo* $\frac{3}{3}$ $\frac{9}{3}$ $\frac{3}{4}$ *additas valere* $\frac{53}{12}$, *id eſt* 4, & $\frac{5}{12}$, *quatuor integra & quinque duodecimas.*

Quomodo ſit cognoſcenda maior fractio.

Q*Via ex maioribus vel æqualibus fit ſubductio, ante ſubſtractionem cognoſcenda eſt maior fractio, ad eámque rem ſi ex oppoſito ductu fractionum propoſitarum naſcatur maior nu-*

numerus,ipſa fractio maior erit:ſin minor, erit item minor:quod hinc ſumi poteſt.

Maior.	*minor.*
$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$
9	8

De ſubſtractione.

SVbſtractio,vt additio,verſatur in fractionibus cognominatis.ſuſtrahere enim eſt partes cognomines, ab eiuſdem appellationis partibus ſubducere.Quamobrem ſi fractiones non ſint cognomines, fiant: deinde aufer minorem numeratorem ex maiori, ſubſcripto reliquo ſub communi denominatore:vt $\frac{4}{7}$ ex $\frac{6}{7}$ reſtant $\frac{2}{7}$: poſtea $\frac{2}{3}$ ex $\frac{3}{4}$ quæ reductæ valent $\frac{8}{12}$ & $\frac{9}{12}$,tum ablata 8 ex 9 relinquunt $\frac{1}{12}$.ſi ex integro ſit auferenda fractio, integrum, fiat fractio cognominis. vt ex vno integro aufero $\frac{3}{5}$,erit igitur integrum $\frac{5}{5}$ vnde aufero $\frac{3}{5}$ relictis $\frac{2}{5}$ duabus quintis. Ratiocinatio.

De multiplicatione.

MVltiplicare,eſt producere fractionem quæ eandem rationem habeat ad multiplicandam, quam multiplicans ad vnum integrum. πρᾶξις eſt facilis, nam ex ſingulis numeratoribus & denominatoribus inter ſe multiplicatis

in ſuo genere, naſcitur numerator, & denominator. Vt $\frac{3}{4}$ in $\frac{2}{5}$ producunt $\frac{6}{20}$, nam ter bina ſunt 6 numerator, & 4 in 5, reddunt 20, denominatorem. Quòd ſi integra ducere velis in partes vel contrà, numerandũ eſt, integris vnitate ſubiecta, vel intellecta. Vt 3 in $\frac{2}{3}$ producunt $\frac{6}{3}$, id eſt, duo integra.

De diuiſione.

DIuidere eſt fractionẽ relinquere quæ eãdem rationẽ habeat ad integrum, quã fractio diuidenda habet ad diuidentem. & ob eam cauſſam diuiſio abſoluitur oppoſito ductu: multiplicato enim numeratore diuidẽdæ fractionis per denominatorem diuidentis, relinquitur numerator: at, ducto denominatore diuidẽdæ in numeratorẽ diuidentis, relinquitur denominator. Vt diuidendæ ſunt $\frac{3}{4}$ per $\frac{2}{5}$ ducas 3 in 5 & fiunt 15, numerator, deinde 4 in 2, & prodeunt 8 denominator, $\frac{15}{8}$ vt hinc etiam conſtat.

$$\left.\frac{3}{4}\right\}\text{per}\left\{\frac{2}{5}\right. \quad \text{alterum latus.}$$

$$\frac{15}{8}$$

Si diuidenda ſint integra per fractionem vel contrà, numerandum eſt, integris vnitate ſubiecta, vt 3 per $\frac{2}{3}$ relinquunt $\frac{9}{2}$ vel $\frac{2}{3}$ per 3 integra relinquunt $\frac{2}{9}$.

Quomodo

Quomodo ſint affectæ multiplicatio & diuiſio.

MVltiplicatio & diuiſio ſic inter ſe afficiuntur vt illa minorem, hæc maiorem producat fractionem. vt hinc conſtant.

multiplicatio *diuiſio*

$\frac{3}{4}$ *in* $\frac{2}{5}$ *producunt* $\frac{6}{20}$ $\frac{3}{4}$ *per* $\frac{2}{5}$ *relinquunt* $\frac{15}{8}$.

Hîc vides apertè productũ ex diuiſione longè maius eſſe, quàm ſit productum ex multiplicatione, cuius rei cauſſa repetenda eſt ex definitionibus multiplicationis & diuiſionis, & ex natura quatuor numerorum ſimilium qui producuntur in his numerationibus, vt ex definitionibus cõſtat. nam vt in integris, hîc quoque eſt numerus planus, & ſua ſunt latera, quod vt facilius intelligatur breui quodam illuſtrabimus exemplo, vt ampliſſima compoſitionis & diſſolutionis natura vndique percipiatur. Multiplicentur igitur $\frac{2}{3}$ *in* $\frac{2}{5}$ *vnde fiunt* $\frac{4}{15}$ *fractionis area, cuius latera ſunt* $\frac{2}{3}$ *&* $\frac{2}{5}$, *quare* $\frac{4}{5}$ *diuiſa per alterum ex lateribus, relinquent alterum : diuidamus igitur* $\frac{4}{15}$ *per* $\frac{2}{3}$ *relinquuntur* $\frac{12}{30}$, *quæ ad terminos reducta, valent* $\frac{2}{5}$ *alterum ex lateribus. deinde eadem* $\frac{4}{15}$ *diuiſa per* $\frac{2}{5}$, *relinquunt* $\frac{20}{30}$ *quorum termini ſunt* $\frac{2}{3}$ *verum & germanũ latus. Quamobrẽ mirari non debemus ſi ex mul*

tiplicatione minus, & ex partitione maius producatur, præſertim cùm id requirat natura τοῦ ἐπιπέδου καὶ τῶν πλευρῶν. plani & laterum.

De inuenienda ratione in partibus.

SI velis cognoſcere rationem vnius fractionis ad alteram, diuide vnam per alteram & relinquetur appellatio: nam hîc quoque latera ſibi mutuò nomen imponunt. vt $\frac{3}{4}$ *ad* $\frac{2}{3}$ *habent* $\frac{9}{8}$ *ſeſquioctauam rationem. item* $\frac{6}{8}$ *ad* $\frac{3}{8}$ *habent rationem duplam* $\frac{48}{24}$ *quorum termini ſunt* $\frac{2}{1}$.

De inuenienda radice quadrata & cubica in partibus.

MInutiæ conſtant numeratore & denominatore & ideo radicem quadratam vel cubicam in minutiis obtinebis, ſi vtriuſque ſumpſeris radicem: quòd ſi ab vtroque ſumi non poſſit, fractio propoſita caret radice. exempli gratia, radix quadrata de $\frac{4}{9}$ *eſt* $\frac{2}{3}$, *quia numeratoris radix eſt 2, & denominatoris 3. deinde radix cubica de* $\frac{8}{64}$ *eſt* $\frac{2}{8}$, *quia radix numeratoris eſt 2, & denominatoris 8. vtriuſque igitur radix dabit latus vel quadratum vel cubicum. tum* $\frac{7}{21}$ *nulla eſt radix, quia à neutro ſumi poteſt, ſed eſt fractio ſurda. Atque de compoſitione & diſſolutione*

tione minutiarum hactenus.

De vtilitate fractionum.

TAnta eſt vtilitas fractionum vt nihil fere in rerum humanarum vſu agere poſſis, fractionum ignorata natura: nam vel tertiam panni vel olei quartam partem comparare minimè poſſes, quin fractionibus neglectis decipiaris. Quare non ſunt audiendi homines imperiti qui præclaras artes ſemper contempſerunt. quanuis enim, in leuium humanarum rerum vſu, natura & δυώαμις ἀειθμητικὴ plurimum valeat: in rebus tamen ampliſſimis & maioribus diſciplinis, muſica, aſtronomia, philoſophia, medicina, & cæteris denique omnibus artibus præſtantiſſimis, minimè verſari poteris, harum rerum ardore reſtincto, & inducta negligentia. Quamobrem animaduertendæ ſunt præceptiunculæ & in vſum diligenter contrahendæ, vt ſi non natura, faciat tamen indignatio verſum. Sed de his hactenus, vt ad fractiones aſtronomicas accedam.

De fractionibus aſtronomicis.

ORdine ſequuntur aſtronomicæ fractiones, ſunt enim vulgarium fractionum com-

pendia quædam. & ideo iure illarum doctrina exponitur hoc loco. Abſolutis igitur particulis, quibus vtimur vulgò, ſuperſunt aſtronomicæ fractiones, quæ nuſquam ferè reperiũtur niſi in rebus aſtronomicis: aſtronomi enim, ne multas paginas, quod adhuc fieri ſolet, tacitis numeris implerent, coacti ſunt certa numerandi compendia & certos quoſdã numeros inuenire, quibus vterentur facilè in immenſa magnitudine vniuerſitatis & cœli in quo verſantur. magni enim circuli ſunt diuidendi: varij & multiplices planetarum motus ſunt obſeruandi, ephemerides conficiendæ, & multa alia quæ hîc enarrare nimis longum eſſet, quæ abſque harum rerum cognitione non ſolùm moleſta & odioſa eſſent, ſed etiam difficilia & in iis quæ ne fieri quidẽ poſſet. Quamobrem ex omnibus numeris duo potiſsimũ deliguntur duodenarius, & ſexagenarius: vterque quidem vnica de cauſa, quòd facilè in tenuiſſimas quaſque partes rumpi & diſtrahi poſſet. hîc enim omitto quorundam aſtrologorum nimiam diligentiam, inutiles cauſas, & nugatoria quædam commenta afferentium, vt horum numerorum delectum oſtendere poſsint. Neque audiendi ſunt Arabes his in rebus & ſimilibus nugantes: verùm has nugas conuellendas & penitus labefactãdas doctioribus relinquimus: nobis

bis verò ſatis erit, ſi diſsipatis & diſcuſsis tenebris, conemur rudimenta breuiter exponere.

De duodenario.

DVodenarius zodiaci partitionibus & planetarum aſpectibus & aliis eiuſdem generis obſeruationibus accommodatis prætermittetur à nobis: quòd eius vtilitas nullam huius doctrinæ partem occupare videatur: cuius munera & officia in cœleſtium orbium motibus copioſius tradi ſolent: tantùm hîc intelligendũ eſt, eius partes quotas, eſſe 1, 2, 3, 4, 6.

De numero ſexagenario.

COacti ſunt aſtronomi, quemadmodum diximus, omnium facillimam diuiſionem inuenire, qualis eſt ſexagenaria: habet enim partes duas, tres, quatuor, quinque, ſex, decem, duodecim, quindecim, viginti, triginta: & ideo ſexagenarius numerus, eorum qui infra centum ſunt aptiſsimus eſt diuiſionibus conficiendis. nam omnia integra quæ non habent partes vſitatas, aſtronomi ſunt partiti in 60, partes: vnde quæcunque non proueniunt ex ſexagenaria partitione, aut notas & vulgares partes habent, vocant integra: vt annos, mẽſes, dies, horas. annus enim notas & vſitatas partes habet, duodecim

mēſes:mēſis,30 ferè dies:dies 24, horas.hora ergo, cùm nullas partes vulgares habeat neque ex ſexagenaria partitione proueniat, eſt integrum:& diuiditur in 60 minuta:deinde minutum,in 60,ſecunda:ſecundum,in 60,tertia:tertium,in 60, quarta, & ſic deinceps ad decima vſque fit progreſsio,ſi rei propoſitæ natura patiatur.verùm raro progredimur vltra quarta.Circulus verò vt zodiacus in duodecim ſigna communia diſtingui ſolet:ſignum,in 30,gradus:gradus,in 60,minuta:minutum,in 60,ſecunda:ſecundum, in 60, tertia: tertium, in 60, quarta: quartum, in 60, quinta, & ſic deinceps continuè progrediendo per ſexagenariam diuiſionem,quoad opus fuerit:ſed vti diximus,in quartis reſiſtere conſueuimus.

De fractionum aſtronomicarum origine & apodictica cognitione.

QVemadmodum,in huius libri capite,diximus,quatuor ordines præcipuè obſeruandos eſſe: ita in ſupputationibus aſtronomicis, quatuor quoque ordinum natura eſt penitus cognoſcenda,natura & ordo minutorum,ſecūdorum,tertiorum,& quartorum.nam vt ex integrorum ordine primo naſcitur ſecundus, & ex ſecundo,

ſecundo,tertius: & ſic ex antecedentibus conſequentia:ex Vnitatibus enim, denarij: ex his, centenarij:& ex centenariis ordo quartus componitur:eodẽ quoq; modo hîc ex quartis naſcuntur tertia:& ex tertiis, ſecunda: & ex ſecundis tandem minuta fiunt.eſt enim hîc ſexagenarius numerus,quod in Vulgari numeratione, denarius.Cùm igitur ad minuta peruentum eſt, ex eis adhuc ſurſum aſcendentes componimus prima,& ex primis ſecunda,quæ diſtinctionis cauſſa Vocãtur prima,Vnde ſecũda maiora, & ex ſecundis maioribus oriũtur tertia maiora,& tandem ex eis componunturquarta maiora.Sic perpetuò ſurſum Verſus colligimus, ab infimis aſcendentes ad quarta maiora Vſque.à quibus ſummis illis quidem & ampliſsimis ad infima & tenuiſsima quarta deſcendimus diuidentes. quod plurimùm iuuat intelligentiam & cognitionem Vtrarúmque fractionum tàm maiorum,quàm minorum,& aditum patefacit ad intelligendum tabulas Alphonſi. Sed ne tenebras rudioribus offundere Videamur, diſiecta nube, rem quam dicimus exemplo appoſito illuſtrabimus.

Sit igitur in primis dies hac methodo diuidendus,quem Veluti in medio cogitatione depingo: deinde intelligo diuidi in 60,minuta, minutum

in 60,ſecunda:ſecundum,in 60,tertia:tertium, in 60,quarta, vbi reſiſto. Vnde conſtat ex 60, quartis conſtitui vnum tertium: & ex 60, tertiis, vnum ſecundum: & ex 60, ſecundis, vnum minutum: Vnde vlterius aſcendendo ex 60, minutis componitur vnum primum, id eſt, dies: & ex 60, primis, quorum ſingula continent diem vnum, oritur vnum ſecundum maius: & ex 60, ſecundis maioribus, vnum tertiũ maius: & ex 60, tertiis maioribus, vnum quartũ maius. Vbi reſiſto. Cogitemus igitur breuiter vnum maius & ampliſſimum quartum diuidi in 60, tertia maiora: vnum tertiũ maius, in 60, ſecunda maiora: vnũ ſecũdum maius, in 60, prima, id eſt, dies: vnum primũ, in 60, minuta: vnũ minutum, in 60, ſecunda: ſecundũ, in 60, tertia: tertium, in 60, quarta. Vides igitur manifeſtè in hoc aſcenſu & deſcenſu duo quartorũ genera, quaſi extrema eſſe poſita, vnum ſummum & ampliſſimum, alterum infimum, & tenuiſſimum. quod ex hac ſubiecta deſcriptione, vt in tabulis Alphonſi fieri ſolet, capi licet.

4̄. *Quarta maiora, quorum ſingula valent* 216000, *dies qui vulgares & cõmunes annos* 365, *dierum ferè ſexcẽtos comprehendũt, ad quẽ numerum ſignificandum vtimur hac figura* - 4̄.

3̄. *Tertia maiora, quorũ ſingula valent* 3600 *dies,*

dies, id eſt, annos communes ferè decem, quos indicamus hoc charactere, $\bar{3}$.

$\bar{2}$. *Secunda maiora, quorum ſingula valent 60 dies, quorum eſt hæc figura,* $\bar{2}$.

$\bar{1}$. *Prima, quorũ ſingula valent diem vnum quem deſignamus ſic,* $\bar{1}$.

$\bar{m}$. *Minuta, quorũ ſingula valent* $\frac{1}{60}$, *Sexageſimam partem vnius diei, cuius vulgaris denominator, vt vides, eſt 60, quorum loco, per compendium, aſtronomi vſurpant hanc figuram* $\bar{m}$, *& ſuprà numeratorem pingunt, ita vt hîc aliud non videas quàm fractiones vulgares ſimplices in compendium tamen redactas, vt vnum minutum ita ſcriptum* $\bar{m}$. 1. *valeat* $\frac{1}{60}$, *integræ rei propoſitæ vnam ſexageſimam.*

$\bar{2}$. *Secunda, quorum ſingula valent* $\frac{1}{60}\ \frac{1}{60}$, *ſexageſimam ſexageſimæ partem, quod fractionis compoſitæ natura cõtinetur, & ideo ad ſimplicem redacta, conſtituet hanc vulgarem & ſimplicem fractionem* $\frac{1}{3600}$, *cuius denominatoris loco, aſtronomi vtuntur hac figura,* $\bar{2}$.

$\bar{3}$. *Tertia, quorum ſingula* $\frac{1}{6}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{6}$, *id eſt, ſexageſimam partem ſexageſimæ ſexageſimæ partis: quæ cùm ſit fractio compoſita, ad ſimplicem reuocata reddet* $\frac{1}{216000}$, *cuius denominatoris loco deſcribimus hanc figuram* $\bar{3}$.

$\bar{4}$. *Quarta, quorũ ſingula valent* $\frac{1}{60}\ \frac{1}{60}\ \frac{1}{60}\ \frac{1}{60}$,

id eſt, ſexageſimam partem vnius ſexageſimæ vnius ſexageſimæ vnius ſexageſimæ partis, quæ reuocata reddet nobis hanc fractionē ſimplicem $\frac{1}{12960000}$. *cuius moleſti denominatoris loco, vtimur hac breuiſsima figura* 4̄.

Hic vides vſum & exercitationem quandam eorum quæ hactenus ſunt diſputata, neque reuera quicquam noui eſſe, in his aſtronomicis fractionibus, neque aliud contineri, ab eo quod in fractionibus vulgaribus eſt expoſitum. Sunt enim aſtronomicæ fractiones earum compendia, ídque factum eſt ob ampliſsimos & moleſtiſsimos denominatores, in quos detracto cōpendio incideremus, ſi communiter deſcriberentur: & vt vulgò fieri ſolet. His igitur cognitis, & ſexagenaria progreſsione, ſecūdum quam in his fractionibus progredimur, intellecta: prompta erit & explorata numerandi ratio in fractionibus aſtronomicis. Verùm ex hac deſcriptione ſume progreſsionem ſexagenariam.

Maiora.			*Prima.*
4̄.	3̄.	2̄.	1̄.
216000.	3600.	60.	1.
Minora.			
m̄.	2̄.	3̄.	4̄.
60.	3600.	216000.	1296000.

De additione.

ADdere, hîc quoque, eſt fractiones cognomines & eiuſdem naturæ in vnam ſummam colligere. Quemadmodum enim in integris & vulgaribus fractionibus addendis & ſubducendis requirebatur cognatio, & appellationis ſimilitudo: ita hîc quoque ſimilia ſimilibus adduntur, & ab iis quæ eodem genere continentur, ſubſtrahuntur. Quare ſingulariter eſt obſeruandum vt integra ſub integris, minuta ſub minutis, ſecunda ſub ſecundis, & minutiæ denique cognomines, & eiuſdem naturæ collocentur ſub eiuſdem generis minutiis. Scholiō.

Deinde à minimis, initio ſumpto, collige eiuſdem ordinis minimas particulas: tum ſi numerus inde collectus excedat 60, diuidatur per 60, & quod ex diuiſione prouenerit, ſeruetur in ordinem proximè ſequentem, ſubſcripto tamen reliquo, in ordine quem colligis. ac ſic eſt progrediendum donec ſit abſoluta collectio. Obſeruãda eſt præterea integrorum natura, ſitne annus, aut menſis, aut dies, aut denique hora: vel circulus, vel ſignum commune vel phyſicum, vel gradus denique. nam ſecundum integrorum naturam eſt perpetuò numerandum. quemadmodum enim in ſupputationibus vulgaribus attenditur denarius (vti dixi:) ita hîc ſexagenarius & integrorum Ratiocinatio.

vis & natura. Sed ex hac numeratione, quod dicimus intelligetur.

Additionis collocatio.

Signa.	gra.	m̃.	2̃.	3̃.
7	8	9	20	4
6	3	45	32	28
	24	6	29	7.
2	6	1	21	39.

Additionis ratiocinatio.

Tertiorum ſumma eſt 39, quæ quoniam non excedunt 60, ſubſcripſimus omnia in tertiorum ordine, quem colligimus. Semper enim eſt ſcribendum minus ſexaginta. Deinde ſecundorum ſumma eſt 81, quæ diuiſa per 60, reddunt vnum, relictis 21, quæ ſubſcribo in ordine ſecundorum, & retineo vnum addendum minutis: tum collegimus minuta 61, ex quibus ſubſcribo vnum in minutis, & retineo vnum ad ordinem graduum quorum ſumma eſt 36, ex quibus, ſubſcribo 6, & retineo 30, gradus qui conficiunt vnum ſignum. & proinde colligo 14, ſigna, quorum 12, communia conſtituunt circulum. Reiecto igitur circulo retinentur 2, ſcribenda ſub ſignis: in additione enim reiiciuntur circuli & alia integra quæ repetuntur in ſubſtractione ſi opus fuerit.

Addi-

Additionis exemplum in tempore.

dies	horæ.	m̄.	2̄.	3̄.
4	6	7	8	20
27	18	24	32	9
3	17	6	4	10
35	17	42	44	39.

In temporibus addendis omnia ſunt ſimilia: integrorũ tamen eſt alia natura: in ordine enim horarũ colligo 41, *quas nõ diuido per* 60,*ſed per* 24,*quia dies cõtinet* 24,*horas,& proinde in horarum ordine ſcribo* 17, *relicto vno die,quo iuncto cum* 34,*redditur ſumma dierum* 35.

Additionis exemplum deductum ex Alphonſi tabulis ad ſupputandum medium motum ſolis.

Era.	Sig.	gra.	m̄.	2̄.	3̄.	4̄.	
	4	38	21	0	30	28	*Radix*
4̄ 2	16	39	14	38	27	52	*Chriſti.*
3̄ 29	35	1	29	2	17	44	
2̄ 49	48	17	48	1	28	42	
1̄ 32		31	32	26	27	54	
m̄ 15		0	14	47	4	54	
2̄ 4		0	0	3	56	33	
	3	8	40	0	14	7	M.M.ↄ.

Hoc exemplum rudioribus eſt parum accommodatum, ob rem quam tractat, verùm id appoſuimus, vt adoleſcentium ingenia excitentur, ad excolendum & penitus inueſtigãdum has præclaras diſciplinas, hominum imperitorum ſordibus cõtaminatas. Obſerua in ſuperiori exemplo ſigna eſſe phyſica quorum ſingula continent 60 gradus.

Comparatio additionis aſtronomicæ cum vulgari.

VT intelligas aſtronomicam additionem reuera eſſe vulgarẽ, finge addenda $\overset{\approx}{m}_{7}$. & $\overset{\approx}{m}_{8}$, & detracto compendio reuoca in ſuam priſtinam naturam, veris & germanis denominatoribus ſic ſubſcriptis $\frac{7}{60}$, adde $\frac{8}{60}$, hîc vides ſimilès duas fractiones vulgares, quæ additæ reddunt $\frac{15}{60}$, id ėſt, $\overset{\approx}{m}_{15}$. & ideo coniungimus fractiones cognomines & non alias, quia in illis retinetur eadem denominatio.

De ſubſtractione.

SVbſtractio, eſt fractionis homogeneæ ab ea quæ eodem genere continetur ſubductio. & ideo

ideo quando maior ſubduci non poteſt, retrahitur vnitas ex ordine ſequenti ad ordinem antecedentem cuius naturam imitatur. Vnio enim ſequentis ordinis valet in antegreſſo 60, vt in hoc exemplo conſtat ſuis ordinibus legitimè diſpoſito, vt in additione dictum eſt.

Subſtractionis exemplum & collocatio.

Signa.	gra.	m̃.	2̃.	3̃.	
8	0	45	27	32	
2	7	9	34	17	
5	23	35	53	15	reliquũ.

Subſtractionis ſyllogiſmus.

HIc iubemur auferre 17, ex 32, vnde relinquuntur 15, quæ noto ſub tertiis: deinde ex 27, aufero 34, vnde cùm non poßint auferri, ſubſtraho ex vno minuto ſequentis ordinis, quod in ordine ſecundorum valet 60, vnde relinquuntur 26, quæ iuncta cum 27, ſecundis reddunt 53, quæ ſcribo ſub ſecundis. Hic memineris (quando id fiat) addere vnitatem ordini ſubſtrahendo proximè ſequenti: vnum igitur & 9, fiunt 10, quæ ſublata ex 45, relinquunt 35: tum quia non poſſum ſubducere 7, gra. ex 0, retraho vnum ſi-

gnum quod in ordine graduum valet 30, vnde ablata 7, relinquunt 23. poſtremò addo vnitatem binario, vnde fiunt 3, quæ ſubducta ex 8, relinquunt 5. atque hac methodo eſt abſoluta ſubſtractio, ſimilis omnino integrorum ſubſtractionibus præterquàm quòd hîc fit ſexagenario & integrorum natura ſeruata, quod in aliis fit denario.

Aliud ſubſtractionis exemplum.

Dies.	Horæ.	m̃.	2̃.	3̃.	
35	1	25	32	0	
25	18	24	30	10	Subſtrahẽ.
9	7	1	1	50	

In ſubſtrahendo tempore obſeruandum eſt integrum quod proponitur: cùm enim peruentum eſt ad horas & ab vna non poßint ſubſtrahi 18, ſubduco 18, ex vno die qui in horarũ ordine valet 24, vnde ablata 18, relinquunt 7. deinde ſubſtracta 26, ex 35, relinquunt 9.

Cautiuncula.

QVòd ſi in ordine poſtremo contingat maior numerus ſubſtrahendus, retrahendum eſt integrum, exempli gratia.

Sig.	*grad.*
3	4
8	8 *Subſtrahẽda.*
6	26

Ex 34, g̃. (vno quidem ſigno retracto quod in ordine graduum valet 30.) ſubducti 8, gradus relinquunt 26, gradus. deinde addo 1, & 8, & fiunt 9, quæ cùm non poßim ſubduci ex 3, repeto circulum qui continet 12. ſubduco igitur 9, ex circulo, hoc eſt 12, & relinquuntur 3, quæ cum tribus iuncta relinquunt 6, ſigna.

Aſtronomicæ ſubductionis cum vulgari comparatio.

VT aſtronomica ſubſtractio comparetur cum vulgari, finge ſubducẽda m̃. 24, ex m̃. 25, & vt in additione dictum eſt, detrahe compẽdium & reſtitue naturales denominatores, ſic $\frac{24}{60}$, ex $\frac{25}{60}$, vbi non requiritur reuocatio ad eandem denominationem, quia denominatores ſunt æquales. Subſtracta igitur 24, ex 25, relinquunt $\frac{1}{60}$. id eſt, m̃. 1. vnum minutum.

De multiplicatione.

MVltiplicare, hîc eſt omnino idem quod in fractionibus vulgaribus. & quãuis abſq;

reductione ſit moleſta, adhibita tamen reuocatione ad minimum genus erit facilis, & denominatio producti ſumetur ex hac tabella.

Caput.

Latus ſiniſtrum.

gra.	$\bar{m}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
gra.	$\bar{m}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
$\bar{m}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$
$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$
$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$
$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$
$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$	$\bar{10}$

Hæc tabella valet ad inueniendam denominationem productorum ex multiplicatione minorum fractionum: earum enim eſt vſus frequentior. Integra igitur ducta per integra, producunt integra: vt gradus per gradus, producunt gradus, vt indicat primum quadratum. Deinde ſume numeros ſeſe inuicem multiplicantes in capite & latere ſiniſtro, & angulus communis dabit denominationem. additis enim denominatoribus multiplicantium, prouenit denominatio producti, vt ſi duxeris $\bar{2}$. in $\bar{5}$. producuntur $\bar{7}$. 2 cnim & 5. reddunt 7. & integrum vt

gra-

dus in aliud genus fractionis ductum, producit idem genus fractionis, vt gradus per $\bar{3}$, producunt $\bar{3}$. zyfra enim eſt integrorum denominatrix vt ex hac quoque tabella conſtat.

Integra.	$\tilde{m}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$.
	0	1	2	3	4	5	6	7	8.

Deſcriptis enim fractionum denominatoribus in ordine ſuperiori (vt vides) ſubſcriptáque illis naturali numerorum ſerie, tanta producetur denominatio, quantus eſt numerus collectus ex duobus ſubiectis numeris. vt ſi ducas $\bar{3}$. in $\bar{4}$, fiunt $\bar{7}$. vt 3, & 4, reddunt 7.

Multiplicationis παράδειγμα & διάγραμμα per reductionem ad minimum genus.

Sig.	*gra.*	$\tilde{m}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$.	
0	0	2	3	4				
0	0	2	3	4	*multiplicans.*			
0	0	0	4	12	25	24	16	*prod.*

Multiplicationis ratiocinatio.

HIc iubemur multiplicare duos numeros, & quia in vtroque eſt minimum ge-

nus fractionis, denominatio tertiorum: reuoca vtrunque ad tertia, multiplicando per 60, quod quemadmodum fieri debeat, ipſa progreſsio reducendi te docebit. Reuoco igitur in primis duo minuta ad ſecunda, multiplicando 2, per 60, vnde proueniunt 120, ſecunda, nam vnum minutum valet 60, ſecunda: duo igitur minuta valebunt 120, quibus adiuncta 3, reddunt 123, ſecunda, quæ vt fiant tertia, multiplico per 60. & producuntur 7380, tertia, quibus adiuncta 4, reddunt 7384, tertia, & hoc modo reuocaui ordinem multiplicandum ad minimam denominationem in eo contentam, nempe ad tertia. Deinde idem efficiendum erat in ordine multiplicante. Verùm quia eſt illi æqualis, eadem methodo idem numerus producetur. Facta igitur reductione, multiplica 3̃. 7384, per 3̃. 7384, & fient 54523456. & quia multiplico tertia per tertia producuntur 6̃. 3 enim & 3 faciunt 6.

Sig.	grad.	m̃.	2̃.	3̃.	4̃.	5̃.	6̃.
0	0	0	4	12	25	24	16.

Ex hac igitur multiplicatione produxi 6̃. 54523456. quæ diuiſione facta reuocantur ad maiores fractiones. nam ſicuti multiplicando ſunt producta minora: ita diuidendo producen-

tur

tur maiora. Diuidam igitur ſextorum numerum per 60, id eſt, inquiram quot quinta contineantur in illis omnibus ſextis, & facta diuiſione vt in integris iubemur, reperio 6̃.16. & 5̃.908724 ex quibus ſcribo 16, in ordine ſextorum, vt vides in ſuperiori deſcriptione.

Vide hanc numerationem.

```
        ɸ ɸ  ɸ
6̃- ɸ ɸ ɸ 4 1  2 1
    5 4 5 2 3 4 5 6   Productum.
     6 0 0 0 0 0 0       5̃.
      6 6 6 6 6      (908724.
```

Deinde quintorum numerum diuido per 60, id eſt, ab eo abſtraho omnia quarta, & facta diuiſione, vt ſupra, reperio 24, quinta, quæ ſcribo ſub ordine quintorum, & 4̃. 15145, à quibus ſubſtraho omnia tertia, diuidendo per 60. Vnde aſſequor 4̃. 25, quæ ſubſcribo quartis. & 3̃. 252, quæ diuiſa per 60, relinquunt 3̃. 12, ſubſcribenda tertiis & 2̃. 4, quæ quia non excedunt 60, non diuiduntur: ſed vt vides ſubſcribuntur ſecundis. Vnde concludam ex multiplicatione m̃. 2. 2̃. 3. 3̃. 4. in m̃. 2. 2̃. 3. 3̃. 4. producta eſſe 2̃. πρᾶξις.

4.$\bar{\bar{3}}$.12.$\bar{\bar{4}}$.25.$\bar{\bar{5}}$.24.$\bar{\bar{6}}$.16. & *ſic reductione abſoluta, abſoluitur multiplicatio.*

Phyſicæ multiplicationis comparatio cum vulgari.

HVius multiplicationis fontem, ſatis erit indicaſſe exemplo appoſito: ſint igitur m̃. 2. *multiplicanda in* $\bar{\bar{2}}$. 3. *vnde fiunt* $\bar{\bar{3}}$. 6. *quarum fractionum ſume naturales denominatores, ſic* $\frac{2}{60}$, *per* $\frac{3}{3600}$, *deinde ducito* 2, *in* 3, & *fiunt* 6, *numerator: tum* 60, *in* 3600, & *fiunt* 216000, *tertiorum denominator, vnde naſcuntur* $\frac{6}{216000}$, *id eſt,* $\bar{\bar{3}}$. 6. *vt prius.*

De diuiſione.

AStronomica diuiſio definitione conuenit cum vulgari. in qua eſt obſeruanda denominatio producti & fractionis quotæ. quæ obtinebitur ex hac deſcriptione. quæ vſui eſt inueniendæ denominationi fractionis quotæ prouenientis ex diuiſione fractionum minorum. harum enim diuiſio, quemadmodum & multiplicatio, eſt frequentior.

Caput.

	gra.	$\tilde{m}$	$\tilde{2}$	$\tilde{3}$	$\tilde{4}$	$\tilde{5}$	$\tilde{6}$
Latus.	gra.	$\tilde{m}$	$\tilde{2}$	$\tilde{3}$	$\tilde{4}$	$\tilde{5}$	$\tilde{6}$
	$\tilde{m}$	gra.	$\tilde{m}$	$\tilde{2}$	$\tilde{3}$	$\tilde{4}$	$\tilde{5}$
	$\tilde{2}$	$\tilde{m}$	gra.	$\tilde{m}$	$\tilde{2}$	$\tilde{3}$	$\tilde{4}$
	$\tilde{3}$	$\tilde{2}$	$\tilde{m}$	gra.	$\tilde{m}$	$\tilde{2}$	$\tilde{3}$
	$\tilde{4}$	$\tilde{3}$	$\tilde{2}$	$\tilde{m}$	gra.	$\tilde{m}$	$\tilde{2}$
	$\tilde{5}$	$\tilde{4}$	$\tilde{3}$	$\tilde{2}$	$\tilde{m}$	gra.	$\tilde{m}$
	$\tilde{6}$	$\tilde{5}$	$\tilde{4}$	$\tilde{3}$	$\tilde{2}$	$\tilde{m}$	gra.

Sume fractionem diuidendam, in capite & diuidentem in latere, & communis angulus dabit fractionis quotæ denominationem. Vt ſi diuidas $\tilde{4}$. per $\tilde{2}$, obtinebis $\tilde{2}$. Subſtracta enim minori denominatione à maiori relinquitur fractionis quotæ denominatio. Quemadmodum enim in multiplicatione oriebatur denominatio additis denominatoribus: Sic in diuiſione obtinetur ſubſtractionis adiumento. Vt ſi diuidas $\tilde{4}$. per $\tilde{2}$. relinquuntur ſecunda. Sicut duo ablata ex 2. relinquunt 2. Porrò integra, vt gradus, diuiſa per integra producunt integra, verbi gratia, gradus per gradus producunt gradus. Vt in angulo primo indicat tabella. &

2. per 2. relinquunt integrum, vt gra. Sicut duo ex 2. relinquunt Ziſram integrorum denominationem. His conſtitutis diuiſio, vt multiplicatio, abſoluetur à nobis, hoc loco, reductione: quòd ſit omniũ facillima methodus multiplicandi & diuidẽdi: præſertim cùm tabula, quæ proportionalis vocatur, requirat numeratorem promptũ & expeditum. quam, ob anguſtiam pagellarum hîc prætermiſimus, & ne puer varietate diſtraheretur, & rerum difficultatibus deterreretur. Ergo quantum fieri poſſit breuiſſimè, rem explicabimus quinque præceptiunculis. tot enim modi naſcuntur ex animaduerſione diuidendi & diuiſoris ſimplicis aut compoſiti.

Diuidendum & diuiſorem ſimplicem appellamus, quando attingit vnum genus fractionis. vt 3. 7. aut 4. 15.

Compoſitus amplectitur diuerſa fractionum genera. vt ſi componas duas priores fractiones 3. 7. 4. 15. diuiſor erit compoſitus.

Quomodo ſit diuidendum quando vtrunque ſimplex eſt.

SI diuidenda fractio & diuidens fuerint ſimplices: diuide vt vulgò fieri ſolet: & fractionis

ctionis quotæ denominationem cape ex tabella, aut ſubſtracto minori denominatore à maiori. exempli gratia. diuidantur, z̄. 6. per m̄. 3. res eſt facilis, diuiſa enim 6. per 3. relinquunt 2. minuta illa quidem. quia ablatum vnum ex duobus, relinquit vnum quod denominat minuta. ex hac igitur diuiſione ſunt producta m̄. 2.

Quando vtrunque ſimplex quidem eſt ſed diuidendum eſt minus.

QVando diuiſor eſt maior diuidendo: reuocetur diuidendum (multiplicando per 60) ad proximè minorem fractionem. verbi gratia, diuidantur, z̄. 6. per m̄. 24. hîc, quia 24. diuiſor non continetur in 6. redigantur z̄. 6. ad ʒ̄. ad eámque rem multiplico ſecundorum numerum 6. per 60. vnde fiunt ʒ̄. 360. quæ diuiſa per m̄. 24. relinquunt exactè z̄. 15. quia diuidimus ʒ̄. per m̄.

Quando ſolus diuidendus eſt compoſitus maior tamen diuiſore.

SI omnes numeri diuidendi ſint maiores diuiſore, fiat diuiſio per partes, à maioribus incipiendo. vt prima methodo continetur. exempli gratia.

Diuidenda. $\overset{\sim}{2}, \overset{\sim}{3}, \overset{\sim}{4},$ / $4, 8, 16,$ *per* m̃. / 2.

Primùm diuido 2̃, 4, *per.* m̃. 2. *Vnde fiunt* m̃. 2. *quia diuido* 2̃. *per* m̃. *deinde diuido* 3̃. 8. *per* m̃. 2. *Vnde fiunt* 2̃, 4. *quia diuido* 3̃. *per* m̃. *deinde diuido* 4̃. 16. *per* m̃. 2. *Vnde fiunt* 3̃. 8. *quia diuido* 4̃. *per* m̃. *Vnde ex hac diuiſione colligo* m̃. 2. 2̃. 4. 3̃. 8. *Quod aſſequeremur reductione facta ad minimũ genus, deinde ſubſtrahendo maiores fractiones. Sed hoc eſt breuius.*

Quando diuidendum eſt compoſitum minus tamen diuiſore ſimplici.

SI diuidendum compoſitum continet partes minores diuiſore ſimplici, fiat reductio ad minimum genus, multiplicando per 60. *exempli gratia.*

Diuidenda m̃, 2̃, 3̃. / 2, 3, 4. *per* m̃. / 5.

Hîc, quia 5. *non continẽtur in duobus, reuoco* m̃. 2. *ad* 120 *ſecunda, quibus, addo* 3, *Vnde fiunt* 2̃. 123, *quæ diuiſa per* m̃. 5. *relinquunt* m̃. 24, *&* *ſuperſunt* 2̃. 3. *quæ duco in* 60, *Vnde fiunt* 3̃. 180, *quibus addo* 4, *Vnde fiũt* 3̃. 184. *quæ diuiſa per* m̃. 5. *relinquunt* 2̃. 36. *&* *ſuperſunt* 3̃. 4. *quæ duco in* 60, *Vnde fiunt* 4̃. 240,

quæ

quæ diuiſa per eundem diuiſorem m̃. 5. relinquunt exactè ʒ. 48. Vnde concludo ex hac diuiſione colligi m̃. 24. 2̃. 36. ʒ̃. 48.

Quando vtrunque eſt compoſitum.

HIc nulla eſt difficultas, iis præſertim intellectis quæ hactenus ſunt dicta. reuocato enim vtroque ad minimam fractionem, fiat ſimpliciter diuiſio, vt prima præceptiuncula continetur. deinde fiat diſſolutio ad maiora, diuidendo per 60, ad eámque rem illuſtrandam proponimus.

Diuidenda	m̃.	2̃.	ʒ̃.	*per*	m̃.	2̃.	ʒ̃.
	2.	3.	4.		2.	3.	4.

Primùm duco 2, in 60, vnde fiunt 2̃. 120, quibus addo 3. vnde fiunt 2̃. 123, quæ duco in 60, vnde fiunt 7380, quibus addo 4, vnde fiunt ʒ̃. 7384. & quia diuiſor eſt æqualis diuidẽdo, reuocatus obtinebit eundẽ numerũ & eandem denominationẽ. Diuide igitur ʒ̃. 7384. per ʒ̃. 7384. vnde fractio quota erit vnũ, integrum illud quidem. quia diuidimus ʒ̃. per ʒ̃. & 3. ablata ex 3, relinquunt zifram denominatricem integrorum. Atqui de diuiſione hactenus.

Phyſicæ diuiſionis comparatio cum vulgari.

IN multiplicatione minus, & in diuiſione ſemper fuit maius productum: quia, vt ſæpe dictum eſt, aſtronomicæ fractiones reuera ſunt vulgares. quod eſt à nobis in ſuperioribus explicatum, & hîc quoque explicabimus in diuiſione. Sint igitur diuidenda 2̃. 4. per m̃. 2. per ſuperiora prodibũt m̃.2. deinde reſtitue naturales denominatores relictis artificioſis, quod ſic fiet, 2̃. 4. erunt $\frac{4}{3600}$ & m̃. 2. erunt $\frac{2}{60}$. duco igitur (vt vulgò fieri ſolet) 4 in 60, vnde fiunt 240, numerator. deinde duco 2. in 3600. vnde fiunt 7200, denominator. quæ ſic diſpono $\frac{240}{7200}$ deinde, diuido vtrunque per 60. vnde fiunt $\frac{4}{120}$ quæ diuiſa per duo relinquunt $\frac{2}{60}$, id eſt, m̃. 2. quæ prius fuimus aſſequuti.

Compoſitionis & diſſolutionis diſsimilitudo.

AD eam rem multiplicentur m̃. 2. in 2̃. 3. vnde fiunt 3̃. 6. quæ diuiſa per m̃. 2. relinquunt 2̃. 3. id eſt, alterũ ex lateribus componentibus 3̃. 6. quæ iterum diuiſa per 2̃. 3. relinquunt m̃. 2. alterum latus.

Cautiuncula.

Tabula conuerſionis horarum in m̃. & .2̃ . dierum.

ho	di	m̃	2̃		m̃	m̃
1	0	2	30		1	0
2	0	5	0		2	0
3	0	7	30		3	0
4	0	10	0		4	0
5	0	12	30		5	0
6	0	15	0		6	0
7	0	17	30		7	0
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
1						

QVia integrorum varietas poſſet impedire aſtronomicam ſupputationem. neceſſe eſt vt diſsimilia integra reuocẽtur ad vnum genus integri. vt ſi dies & horæ eſſent multiplicanda per grad. m̃. ı̃. &c. diſsimilia integra qualia ſunt hîc, dies & horæ, prius ſunt redigenda, ad vnũ genus. vt ſexagenaria diuiſio poſsit retineri, cui hîc eſt locus & præterea nulli. Verùm quia aſtronomi verſantur in tẽporibus & motu: & vnum ex altero plerunque concludunt, proponã diagramma cuius adiumento poſsis reuocare horas & horarum partes ad minuta & ſecunda dierum.

Tabula conuerſio.

Sit igitur multiplicandum hoc tempus.

dies. hor. m̃. 2̃. 3̃. per. m̃. 2̃. 3̃.

2. 3. 4. 5. 6. 2. 3. 4.

Hic dies & horæ diſsimilia integra ſic ad Vnum integrum reuocantur.

	dies.	*m̃.*	*2̃.*	*3̃.*	*4̃.*
3 *horæ.*		7.	30.		
4 *m̃.*		0.	10.		
5 *2̃.*		0.	0.	12.	30.
6 *3̃.*			0.	0.	15.
	2.	7.	40.	12.	45.

Quibus affigo duos dies, Vnde fiũt 2, & 7, & 40, & 12, & 45. Sic igitur, diſsimilia integra, reuocata ſunt ad Vnum genus integri. & eſt aptus numerus multiplicationi, quã tuæ diligentiæ relinquimus.

Cautiuncula.

QVando diuerſa integra, inuicem multiplicantur, dubitari ſolet: cuius naturã imitetur productum. Verùm hac dubitatione te liberabit propoſitæ queſtionis natura & id quod quæris. Vt ſi 4, dies dant 4, gradus, 7, dies quot dabunt? multiplica tertium per ſecundum, & productum diuide per primum, & habebis in producto 7, gradus illos quidem, quos quærebas. Atqui de fractionibus aſtronomicis hactenus.

Hac-

Hactenus expoſuimus ratioñ & analogiã, & ea quæ ab his proficiſcuntur. Supereſt nunc, vt compoſitionem & diſſolutioñ exponamus in rationibus. & ex Euclide affectiones nnullas colligamus, ad vſum & exercitationem eorum omnium quæ à nobis ſunt breuiter expoſita. Ad eam, igitur, rem ait Euclides.

Λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ᾽ ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι ποιῶσι τινα λόγον. 5. defi. 6.

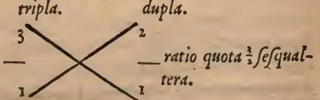
Ratio ex rationibus componi dicitur, quando rationum quantitates inter ſe multiplicatæ producunt aliquam rationem.

Dictum eſt à nobis, in partibus duo poſſe conſiderari. aut ipſarum additionem, aut rationum cõpoſitioñ. Vt in his partibus $\frac{3}{5}$ & $\frac{2}{5}$ vbi poſſunt partes addi. Vnde fiũt $\frac{5}{5}$, id eſt, vnũ integrũ. aut poſſunt componi rationes cadẽtes in eoſdem numeros. Vnde naſcitur rationum compoſitio, additio aut multiplicatio. Ad quam rem, ait Euclides, Summa rationum fit rationum quantitatibus, aut (quod eſt breuius) rationum terminis inter ſe multiplicatis. Additurus, ergo, rationes cadẽtes in quoſcũq; numeros, prius quære earum terminos, deinde ducas numeratores & denominatores inter ſe. nam quod ex ſingulis generibus emanat, erit ſumma. Vt ſi velis colli- Scholiõ.

gere rationes cadẽtes in 6, ad 3, & 5 ad 2. quære terminos vtriuſque ex antè cognita doctrina. & quoniam 6, ad 3, eſt ratio dupla : cuius termini ſunt $\frac{2}{1}$. & 5, ad 2, dupla ſeſqualtera : cuius termini ſunt $\frac{5}{2}$, ex eis ſic conſtitutis $\frac{2}{1}$ & $\frac{5}{2}$ fiunt $\frac{10}{2}$, id eſt, quincupla, aut neglectis terminis, ducas quantitates inter ſe hoc modo $\frac{6}{3}$ $\frac{5}{2}$ ſexies quina ſunt 30, numerator : deinde, ter bina ſunt 6, denominator. vnde fiunt $\frac{30}{6}$ quæ ad terminos & minimam appellationem deductæ valent $\frac{5}{1}$ vbi eſt quincupla. & ſic fit rationũ additio ſiue multiplicatio.

De rationum ſubſtractione ſiue diuiſione.

Conſtitutis terminis, fiat diuiſio vt fit in fractionibus vulgaribus, diuidendo ſcilicet maiorem rationem per minorem. & ita relinquetur ratio quota. vt ex tripla $\frac{3}{1}$ ſubſtrahas $\frac{2}{1}$ duplam: & relinquetur ſeſqualtera. vt hinc cõſtabit.



Duco enim 3, in 1, vnde fiũt 3, numerator, deinde vnum

de vnum in duo, vnde fiũt 2, denominator. vnde cõcludo triplæ ſupra duplam differentiam eſſe $\frac{3}{2}$ id eſt, ſeſqualteram. Tripla enim componitur per antecedentẽ doctrinã ex dupla & ſeſqualtera. ſic $\frac{2}{1}$ $\frac{3}{2}$ bis terna ſunt 6. deinde ſemel bina ſunt 2, vnde fiunt $\frac{6}{2}$ ſiue $\frac{3}{1}$ tripla. Quòd ſi eadẽ tripla diuideretur per ſeſqualteram, relinqueretur dupla alterum latus.

Tripla ſeſqualte.

$\frac{3}{1}$ } *per* { $\frac{3}{2}$ *ratio quota* $\frac{6}{3}$ *ſiue* $\frac{2}{1}$ *dupla.*

Quò fit vt harum affectionum ſimilitudo & diſsimilitudo ſit perſpicua. & compoſitionis & diſſolutionis ratio in planis & ſuis lateribus vbique retineatur & ſit perpetua.

De inueniendo medio analogo.

Δύο τετραγώνων ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογός ἐστιν ἀριθμὸς, καὶ ὁ τετράγωνος πρὸς τὸν τετράγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν. II. pro. 8

Duorum numerorum quadratorum vnus eſt medius numerus analogus. & quadratus ad quadratum duplo maiorem habet rationẽ, quàm latus ad latus.

Huius theorematis eſt duplex τὸ καθόλου explicandum de ſubiecto quadrato. Sint igitur duo numeri quadrati 16 & 4, dico, inter eos cadere vnum medium analogum (quod eſt primũ πάθημα) ad eámque rem ſumo radices quadra- Scholiõ Apodicticon.

tas vtriuſque, quæ inter ſe multiplicatæ reddũt medium analogon. radix igitur de 16, eſt 4, & de 4, eſt 2. vnde concludo quater bina reddere 8, medium analogon inter 16 & 4, 16, 8, 4. nã ſicuti 16 ad 8, ita 8, ad 4. vbique enim eſt ratio dupla. aut multiplica quadratos inter ſe, & producti ſume radicem quadratam. exempli gratia 16, ducta in 4, reddunt 64, quorum radix quadrata eſt 8, medium analogon inter 16 & 4. deinde quadratus 16, ad quadratum 4, habet duplo maiorem rationem, quàm latus 4, ad latus duo (quod ex duobus vniuerſalibus eſt ad demonſtrandum propoſitum alterum πάθημα*) 16 enim ad 4, habent rationem quadruplam. & latera 4, ad 2, duplam. Quadrupla autem eſt duplo maior quàm ſit dupla. idq; iure, quia quadrati ipſi componuntur ex ſuorũ laterum bis addita ſiue duplicata ratione. hoc modo* $\frac{4}{2}$ *&* $\frac{4}{2}$ *quater quaterna ſunt 16, & bis bina ſunt 8, vnde fiunt* $\frac{16}{4}$ *quadrupla. duæ enim rationes duplæ additæ & compoſitæ reddunt quadruplam. plani enim numeri adinuicem habent rationem com-*
5. Pro. 8 *poſitam ex lateribus, ait Euclides.*
8. pro. 9. Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ μὲν τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος τετράγωνος ἐστι. καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες, πάντες. τέταρτος δὲ, κύβος ἐστι. καὶ οἱ δύο διαλείποντες, πάντες. ὁ δὲ ἕβδομος, κύβος ἅμα καὶ τετράγωνος. καὶ οἱ πέντε διαλείποντες, πάντες.

Si ab

Si ab Vnitate quilibet numeri continuè fuerint ἀνάλογον, tertius ab Vnitate quadratus eſt & Vnum relinquentes, omnes. quartus autem cubus eſt, & binos relinquentes, omnes. ſeptimus verò cubus ſimul & quadratus, & quinos relinquentes, omnes.

Hîc, ſunt tria πάθήματα de ſubiecta analogia, demonſtranda. Sint igitur continuè analogon ab Vnitate 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, dico regionibus imparibus contineri quadratos. videlicet 1, & 4, & 16, & 64, quod eſt primum πάθημα. quia inter duos numeros quadratos perpetuò eſt medium, quod non eſt quadratum. Vt conſtat ex 11. propoſitione lib. 8. paulò antè à nobis expoſita. Scholiō.

Sequitur deinde, Quartus autem cubus eſt, &c. Quartus enim 8, cubus eſt & deinceps binis intermiſſis, omnes ſunt cubi, quod eſt alterum πάθημα. Septimus autem, vt 64, cubus eſt ſimul & quadratus & deinceps quinis intermiſſis, omnes ſunt cubi ſimul & quadrati. quod eſt tertium πάθημα. Vbi obſeruandum eſt, ſolidum & planum ſola cogitatione differre. quemadmodum eſt à nobis expoſitum in multiplicatione.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ μὲν μετὰ τὴν μονάδα τετράγωνός ἐστι, καὶ οἱ λοιποὶ 9. pro. 9.

πάντες τετράγωνοι ἔσονται. ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα κύβος ᾖ, καὶ οἱ λοιποὶ κύβοι ἔσονται.

Si ab vnitate quilibet numeri continuè fuerint analogon, ſi is qui ſequitur poſt vnitatem fuerit quadratus, reliqui omnes ſunt quadrati. quòd ſi qui ſequitur poſt vnitatem fuerit cubus, reliqui omnes cubi erunt.

Scholiō. *Hîc duo ſunt vniuerſalia quæ de ſubiecta analogia ſic concludimus. Sint ab vnitate continuè ſimiles 1, 4, 16, 64, & quaternarius qui ſequitur, poſt vnitatem ſit quadratus, dico, quod ad primum attinet* πάθημα, *cæteros omnes eſſe quadratos. quia naſcuntur ex multiplicatione quadratorum. quadratus enim ſi quadratum multiplicet reddit quadratum. vt 4, ducta in 4, reddunt 16, & 4, in 16, reddunt 64, &c. idem intelligendum eſt de cubis & vniuerſali ſecundo.*

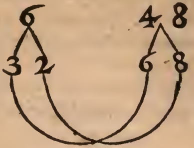
14.*pro*.8 Ἐὰν τετράγωνος τετράγωνον μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει.

Si quadratus numerus quadratum metiatur,

Scholiō. *latus metietur latus. De tetragoni ſubiecto latere paucis explicatur attributa dimenſio, exempli gratia, quaternarius quadratus, metitur 16, quadratum, & eorum latera ſunt 2 & 4, ergo latus 2, metitur latus alterum 4. id fit*

quia

quia quadratus metitur quadratum. aut potius ex genere. quia ſi planus metiatur planum, & latera metientur latera. Vt hinc conſtat.



Quomomodo ratio quæuis extendi poſsit in infinitum.

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, ἐπισκέψασθαι, εἰ δυνατὸν ἐστιν, αὐτοῖς τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν. 18.pro.9

Binis numeris datis conſiderare, an fieri poſſit, eis, inuenire tertium analogum.

Propoſitis duobus numeris ſubiunges illis tertium in eadem ratione, quod eſt πάθημα *demonſtrandum, multiplicando poſtremum in ſeipſum & productum diuidendo per primum. qua methodo extenditur ratio quæuis in infinitum. Vt ſint duo numeri 3 & 6, duco 6, in ſe, vnde fiunt 36, quæ diuiſa per 3, relinquunt 12, tertium analogum, 3, 6, 12. nam vt 3 ad 6, ſic 6,* Scholiō.

ad 12, quæ ſi ducas in ſe, fiunt 144, quæ diuiſa per 6, relinquunt 24, quartum analogum tribus datis. & ſic progrediêris multiplicando poſtremum in ſeipſum, & productum diuidẽdo per penultimum. Quemadmodum nos produximus quatuor in ratione ſubdupla continua, 3, 6, 12, 24.

De numerandis duobus mediis analogis.

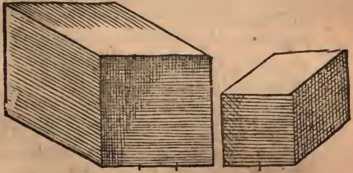
19.pro.8 Δύο ὁμοίων στερεῶν ἀριθμῶν, δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσι ἀριθμοὶ, καὶ ὁ στερεὸς πρὸς τὸν ὅμοιον στερεὸν, τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Duorum ſimilium ſolidorum bini ſunt medij analogi, & ſolidus ad ſolidum ſimile, triplo maiorem habet rationem quàm homologa radix ad homologam radicem.

7.defi.11 Scholiõ. *Similes ſolidas figuras definitione aperit Euclides, quæ ſub ſimilibus planis, æqualibus multitudine comprehenduntur. quod eſt etiã intelligendũ in numeris ſolidis. quibus hîc attribuuntur duo vniuerſalia παθήματα. Vnum de duobus interiectis mediis analogis. alterum de exuperantia rationis cadentis in ſolidos ſupra rationem*

tionem cadentem in latera. ad eámque rem ſunto duo ſimiles ſolidi 27, & 8. nam ter terna ter ſunt 27, & bis bina bis ſunt 8. imprimis igitur 27 & 8, vt ex definitione conſtat, ſunt cubi, & ideo ſolidi. deinde (quia vterque numerus eſt cubus) comprehenduntur ſub ſex ſimilibus planis quadratis, vnde concludimus eſſe ſimiles. vt cogitatione depingi poteſt ex his ſubiectis deſcriptionibus.

Teſſera. *Teſſera.*



Cubus, 27. cuius radix, 3. *Cubus, 8. cuius radix, 2.*

Quamobrem colligimus 27 & 8, ſimiles eſſe ſolidos. & ob eam cauſſam dico, inter 8 & 27, intercedere duo media analoga, quod eſt primum πάθημα, *ad cuius* ἀπόδειξιν *multiplico*

minorem numerum 8, in ſe, vnde fiunt 64, quæ duco in maiorem 27, vnde fiunt 1728, cuius radix cubica 12, abſtracta per doctrinam ſuperiorem, erit primum medium. tum multiplico 12, quadratè, vnde fiunt 144, quæ diuiſa per 8, relinquunt 18, alterum medium. binis enim numeris datis. ſubiungimus tertium analogū, vt antè dictum eſt. Ergo inter 8 & 27, intercedunt media analoga 12 & 18. 8, 12, 18, 27. nam vt 8 ad 12, ſic 12 ad 18, & vt 12 ad 18. ſic 18 ad 27. Vbique enim eſt ſubſeſqualtera continua. atque hinc Plato in Timæo exponit ignem & terram duobus interiectis elementis neceſſariò iungi & conſociari. vnde eſt illa admirabilis pax & conſenſio, vt diſſociata locis concordi pace ligentur. verū nunc non interpretamur Timæū: eſt enim alius iis de rebus diſſerendi locus. ſequitur deinde alterū πάθημα, & Solidus ad ſolidum, &c. Exempli gratia 27, ad 8, eſt ratio tripla ſupratripartiens octauas, quæ eſt triplo maior quàm ſit ratio ſeſqualtera, quæ cadit in latera 3, & 2. componitur enim ratio 27 ad 8, ex ratione ſeſqualtera. vt eſt perſpicuum ex his tribus rationibus ſeſqualteris $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ inter ſe additis & compoſitis, quæ reddunt $\frac{27}{8}$.

Prima pars.

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου.

Si tres numeri fuerint ἀνάλογον;*qui eſt ſub extremis,æqualis eſt ei qui à medio.* 20.pro.7

Scholiō.

De ſubiecta analogia, ſic exponetur attributa compoſitio. Sint tres numeri analogi 842, dico,16,ab extremis producta æqualia eſſe numero producto ex interiecto quaternario in ſe multiplicato.nam 8,in 2, reddūt 16,& quater quaterna ſunt 16,ídque confirmatur ex Euclidis libro ſeptimo,vbi eſt hæc ſententia.

Si fuerint quatuor numeri analogi qui ex primo & quarto fit,æqualis eſt ei qui ex ſecundo & tertio. nam in tribus 8,4,2,reuera ſunt quatuor 8,4,4,2.quod,igitur,fit ab extremis,æquale eſt ei quod fit ex medio aut ex mediis. Huc referēdum eſt, compoſitum numerum diuiſionis adiumento relinquere alterum latus. vt ſi partiaris 16.per 8.relinquuntur 2,alterum latus.& iterum 16. diuiſa per 2, relinquunt 8, alterum latus. 19.pro.7

De regula aurea.

HActenus expoſuimus fundamenta & cauſſas regulæ trium numerorum, cuius munera & officia tam præclara ſunt & ex-

cellentia, vt aurea ſit iure ab arithmeticis appellata. ſplendiſsima enim ſunt & gratiſsima, & pene innumerabilia ἀποφήματα quæ huius ope & adiumento ab homine logico diſſoluuntur. præſtantiam enim & excellentiam, indiſſolubiles nodi, & innumerabilium quæſtionum genera, huius iudicij iuri ac dictioni ſubiecta docuerunt. Vſus eſt multiplex & pene incredibilis. admiranda eſt artis ſumma. rerum enim præſtantiſsimarum magna eſt doctrinæ breuitas. nulla admonitionis obſcuritas. Sed vſus multiplex & ampliſsimus. Quamobrem vt intelligere poſsis auream regulam hoc rerum genere contineri, imperabit vt propoſitis tribus numeris multiplices tertium per ſecundum, & productum diuidas per primum. Vnde perueſtigabis quartum obſcurum & ignotum.

Quanuis, interdum iubeat diuidere productum ex duobus mediis, interdum tamen diuidimus productum ab extremis, vt relinquatur medium. Quemadmodum exempla declarabunt.

Sint igitur, tres vlnæ panni, quas emerim nouem aureis; quæro quanti comparabo 6? Hic vides tres numeros 3, 9, 6, & inueſtigari quartum. multiplica igitur tertium 6. per ſecundum

9, id

9, id eſt, duos intermedios numeros, vnde fiunt 54. quæ (quia ſunt æqualia numero qui fit ab extremis vt eſt expoſitum) diuiſa per 3, alterum latus extremum, relinquunt 18, alterum extremum & quartum numerum analogum latentem & obſcurum. Nam ſicuti 3, ad 9, ſic 6, ad 18. vnde concludo, ſecundum quæſtionem propoſitam opus eſſe mihi 18, aureis. nam ſi 3; dant 9, ſex dant 18. Hæc eſt methodus & via horum trium numerorum. quos ſi quæſtionis genere cognito diſpoſueris, trium numerorum adiumento innumeras quæſtiones cuiuſque rei & materiæ diſſolues. Sed ne fallamur, commodiſsimum erit tres numeros ita collocari, vt primus cum tertio ſit eiuſdem rei & naturæ. ſecundus item, & quartus qui prodibit. exempli gratia, 4. menſibus ſoluo 7. francos, quot ſoluam vno anno? hîc reuoca annum ad duodecim menſes. vt primus ſit eiuſdem rei cum tertio. & fiat ſic diſpoſitio.

Si 4, menſes faciunt 7. 12, menſes quot facient? deinde ducas 12, in 7, vnde fiunt 84, quæ diuiſa per 4, relinquunt 21, aureos.

Item ſi velis cognoſcere quantum valeant $\frac{2}{3}$, duæ tertiæ, cuiuſque rei propoſitæ.

Vide quot partes habeat integrum, & eas multiplica per numeratorem, & productum diuide per denominatorem, & habebis vim & valorem tuæ fractionis. vt $\frac{2}{3}$ vnius ſolidi quantum valent? quoniam ſolidus habet partes 12, duco 12, in 2, vnde fiunt 24, quæ diuiſa per 3, relinquunt 8, denariolos. nam ſi 3. faciunt 2, quot faciunt 12? numeratione facta obtinebis 8.

Aliud exemplum.

SI tribus diebus percurro triginta milliaria, quatuor diebus quot percurram? ad eam rem duco 4, in 30, vnde fiunt 120, quæ diuiſa per 3, relinquunt 40, milliaria illa quidem, quæ ſunt eiuſdem appellationis & naturæ cum numero ſecundo.

Aliud.

SOl ſingulis diebus percurrit 60, ferè minuta, id eſt gradum vnum, vno communi anno, id eſt 365, diebus quot percurrerit? numera vt dictum eſt, & obtinebis, annum ſolis eſſe 365, dies. Sed hîc neque multiplicatione neque diuiſione eſt opus quia duo primi numeri ſunt vnitates.

Dies.

Dies.	grad.	di.	gra.
Si 1.	dat. 1.	365,	dabunt 365, ubique

eſt ratio æqualitatis.

Aliud.

SI 20, diebus perpotaui 40, ſcyphos vini, quot diebus exhauriam 6? hîc diligentiſſimè obſerua non ignorari extremum, ſed medium quare fiat ſic diſpoſitio.

Si 20, dies perpotant 40, ſcyphos, quot dies perpotabunt 6? ducas igitur extrema duo 20, & 6. vnde fiunt 120, quæ diuiſa per 40. alterum medium, prodibunt tres dies alterum medium. 20, 40, 3, 6. Vis enim huius regulæ in eo eſt poſita, vt intelligas quis numerus ſit diuiſor. nam ſi deeſt numerus intermedius: erit diuiſor intermedius. Si extremus, partietur extremus. Vt hinc quoque fiet perſpicuum.

40, ſcyphos potaui 3, diebus, 6 ſcyphos quot diebus abſoluam? attende diligenter. nam hîc requiritur numerus extremus, & ob eam cauſſam multiplicati intermedij 40, & 3, reddunt 120, quæ diuiſa per 6, relinquunt 20, alterum extremum. 20, 40, 3, 6.

ϕϕ
120
66 (20.

His exemplis intelligimus has præclaras diſciplinas ἐξ ἀφαιρέσεως eſſe. nulliuſque rei & materiæ ſubiectæ diſcrimen, artium vim & naturam poſſe commutare.

Aliud, adiecta temporum differentia.

TRes franci tribus menſibus lucrifaciunt 12, ſolidos: 4, franci 6, menſibus quot parient? hîc duplex eſt inſtituenda numeratio, & quartus productus ex numeratione prima, in poſteriori erit medius. exempli gratia.

3. Franci pariunt 12. ſolidos, 4 franci parient 16. Deinde dicas, tres dant 16, quot dabunt 6? prodibunt 32 ſolidi. Duco enim 4, in 12. vnde fiunt 48, quæ diuiſa per 3, relinquunt 16, medium in numeratione ſecunda. tum multiplico 6, in 16, vnde fiunt 96, quæ diuiſa per 3, relinquunt 32.

Aliud.

QVatuor homines tribus diebus expendunt 35, ſolidos, octo homines quot expendent 6, diebus?

6,diebus? Inſtitue primam numerationem ſic: ſi quatuor expendunt 35, quantum expendent 8? & obtinebis 70, futurum medium in numeratione ſecunda. deinde dicas, ſi 3, diebus expenduntur 70, ſolidi, 6 diebus quot expendentur? facta numeratione obtinebis 140, ſolidos. Hæc exempla & ſimilia iuuat plurimùm id quod antè eſt dictum de retinenda eadem natura primo & tertiò; ſecundo & quarto loco.

Aliud.

EX panno lato duabus vlnis comparaui vlnas 8, quot vlnis erit òpus ex latitudine 4, vlnarum? hîc eſt opus inuerſione acuta. dicas igitur. vt afficitur longitudo quam habeo 8, ad latitudinem 4: ita longitudo quam inquiro ad latitudinem 2.

Longi.	*lati.*	*regio longitudinis vacua.*	*lati.*
8.	4.	Θ.	2.

Hîc deſideratur medius. ducas igitur extrema duo 8, & 2, vnde fiunt 16, quæ diuiſa per 4, relinquunt 4, alterum medium 8,4,4,2. nam ſicut 8, ad 4, ita 4, ad 2. eſt igitur

opus quatuor vlnis.

Aliud.

EX *panno lato 4, vlnis, emi vlnas 4. ex latitudine 2, quot emam? fiat ſic inuerſio. vt lõgitudo 4, ad latitudinem 2, ita longitudo quam inquiro ad latitudinem 4. 4, 2, vacua regio, 4. ducas igitur 4, in 4, vnde fiunt 16, quæ diuiſa per 2, relinquunt 8, quæ ſic occupant regionem mediam 4, 2, 8, 4. nam vt 4, ad 2, ſic 8, ad 4. Aſſequor igitur vlnas 8.*

Aliud.

QVando *frumentum vænit 8, vnius panis pondus eſt 5 librarum, quando vænit 4, quot erit? hîc vides quantum ex pretio detrahitur, tanto magis deprimi trutinam panis. Imminuitur autem frumenti pretium dimidio, panis ergo pondus augebitur dimidio. vnius igitur panis pondus erit 10 librarum. vt hinc conſtat. vt 8, ad 4, ita id quod inquiro ad 5, ducas 8, in 5, vnde fiunt 40, quæ diuiſa per 4, relinquunt 10 libras. 8, 4, 10, 5, occupata regione media. Tanta eſt excellentia & præſtantia aureæ regulæ, de qua hactenus.*

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον, ἔσαι ὡς εἷς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἑπομένους. 12.pro.7.

Si fuerint quotcunque numeri analogi, erit, ſicut ∨nus antecedentium ad ∨num conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes.

Hic iterum attribuitur ſubiectæ analogiæ compoſitio, ad eámque explicandam ſint numeri analogi $\frac{2}{1}$ $\frac{4}{2}$ $\frac{8}{4}$ $\frac{16}{8}$ *∨bique enim eſt ratio dupla. dico omnes antecedentes, 2, 4, 8, 16, quæ reddunt 30, ſimiliter affici ad ſummam conſequentium 1, 2, 4, 8, qui reddunt 15, atque ∨nus ex antecedentibus afficitur ad ∨num conſequentem, ∨idelicet 2, ad 1. ∨bique enim eſt ratio dupla, 30, ad 15, & 2, ad 1. nam ex additione ſiue ex multiplicatione naſcitur eadem ratio. Sicut 30, ad 15, ita 2, ad 1, & ex conuerſa ratione, ſicut 15, ad 30, ita 1, ad 2. hinc naſcitur ſocietatis regula. quæ cum aurea, maxima ſimilitudine eſt coniuncta. Sint igitur quatuor homines: qui ſocietate facta, rem amplificârunt 30, aureis. quorum primus attulit aureum ∨num, ſecundus 2, tertius 4, quartus denique 8, quorum omnium ſumma eſt 15, quæ diuiſoris locum tenebunt, lucrum 30. quæ reponentur in regione ſecunda, tertius ∨erò ſingulorum ſortes. ∨t hinc conſtat.* Scholiō.

Omnium pecunia.	*quæſtus.*	*ſingulorum ſortes.*
15	30	1
		2
		4
		8
		15

Pecunia.	*quæſtus.*	*ſingulorũ ſortes.*	*ſing.lucrum.*
15,	30,	1	2
		2	4
		4	8
		8	16
		15	30

Iam conſtitue quatuor numerationes aureas, ſic, Si 15,*dant* 30,*vnum dabit* 2. *deinde ſi* 15,*dãt* 30,*duo dabunt* 4.*tum,ſi* 15,*dant* 30,4 *dabunt* 8. *poſtremò ſi* 15,*dant* 30, *octo dabunt* 16.*ita obtinuiſti ſingulorum lucrum, adiumento regulæ trium. nam ſicut omnes antecedentes* 15,*additi & collecti ad omnes conſequentes* 30,*ita ſinguli antecedentes ad ſingulos conſequentes. Vbique enim eſt ratio ſubdupla,*15,*ad* 30, & 1,*ad* 2. & 15,*ad* 30,& 2,*ad* 4,& 15,*ad* 30,& 4,*ad* 8, & 15,*ad* 30,& 8,*ad* 16.

Aliud

Aliud exemplum in diuerſis temporibus.

T*Rium mercatorum quæſtus eſt* 200,*aureorum, quorum primus verſauit in ſocietate* 30,*aureos quadriennio,ſecũdus* 50,*triennio,tertius* 120,*biennio. hoc non diſcrepat,à ſuperioribus niſi tempore. Multiplica igitur ſingulorum tempus per pecuniam. nam plani numeri adinuicem ſeruant rationem cõpoſitam ex lateribus, ait Euclides. deinde ſumma omnium, vt prius,* 5.*pro*.8.
erit diuiſor, ſecundus erit lucrum. Ducas igitur 4,*in* 30, *vnde fiunt* 120. *deinde* 3, *in* 50, *vnde fiunt* 150.*poſtea* 2,*in* 120,*vnde fiunt* 240,*quorũ omnium ſumma erit* 510, *diuiſor, vt ex hac deſcriptione conſtat.*

Omnium ſumma.	Omniũ lucrum.	ſingulor. ſortes.	ſingulor. tempus.	producta ex tẽp. & pecunia	ſing. lucrum.
510	200				
		30	4	120	47 $\frac{2}{17}$
		50	3	150	58 $\frac{14}{17}$
		120	2	240	94 $\frac{1}{17}$
				510	200

Facta enim multiplicatione & diuiſione, vt prius, prodibit ſingulorum lucrum. atqui de regula ſocietatis hactenus. Habes, igitur, à nobis, ſtudioſe lector, quid de arithmeticis ſentiamus. quod aut ſequêre ſi probaueris, aut tuo iudicio ſtabis, ſi aliud fortaſſe tibi videatur præſtantius & excellentius. In quo neque pugnabo tecum, neque hoc meum opuſculũ affirmabo vnquam cæteris omnibus antecellere. poteſt enim non ſolùm aliud mihi ac tibi, ſed mihi ipſi aliud aliàs videri. Quare neque in hac modò re, quæ ad eloquentiã ſpectat, & ad aurium voluptatẽ (quæ duo, his præſertim temporibus, ſunt ad iudicandũ leuiſſima) ſed ne in maioribus quidẽ rebus, me perpugnacem inuenies, præſertim rei natura cognita melius & acrius perſpecta. Eius enim naturæ eſt arithmetica, vt benignã quandã materiam, feracéſque campos ad inueniendum contineat. Dicam enim tibi, lector, omnium cæterarum rerum diſputationem, quaſi ludum quendam eſſe: at, in fontibus arithmeticis verſari, magnum profectò eſt quoddam opus atque τῶν ἐλευθερίων τῶν μαθημάτων longè grauiſſimum & vtiliſſimum. in quo ingeniorum vireis ſeſe explicant, recondita & nimis abdita aperiuntur, & innumerabiles ac maximè difficiles quæ-

ſtiones

ſtiones diſſoluuntur. Quid enim eſt tam regium, tam liberale, tam magnificum: quàm admirabilem numerorum intelligentiam & cognitionem penitus comprehendere? Hæc enim eſt illa quæ poſſet dicere id quod apud Ennium dicit ille Pythius Apollo, ſe eſſe eum vnde ſibi certè populi & reges quaſi ſui ciues conſilium expetant.

Suarum rerum incerti, quos ego mea ope ex
Incertis certos, compoteſque conſilî
Dimitto, vt ne res temere tractẽt turbidas.

Nam arithmetica, ſine dubio, eſt totius oraculum vitæ. quâ quis præditus poßit ſeſe, ex maxima & impedita rerum multitudine, irretitum, tãquam ex labirintho quodam, expedire. Nunquam enim natura humana cœlum ſuſpiceret, orbes ſyderum diſtingueret & numeraret, ſolis ac lunæ, cæterorúmque omnium planetarum curſus, ortus, obitus, defectiones, ac celeres priſtini ordinis inſtaurationes, æquinoctia, atque innumerabilium ſtellarum reuocationem, quâ ſe conuertunt, mundi denique ornatum, ratis ordinibus conſtantérque quaſi ad numerum perſeuerantem, non, inquam, hæc, quæ vno nomine arithmetica continentur, tam præclara & excellentia genus humanum notaſſet & obſeruaſſet, niſi in animo diuina quædam δυνάμις ἀριθμητικὴ hæſiſſet: quâ firmam tantarum re-

rum intelligentiam comprehendiſſet. Quamobrem, in arte tam præclara & excellenti, velim ſtudioſe lector, ſi tibi ea, quæ diſputata ſunt, minus probabuntur, vt maius opus, quàm ſuſtinere poſſem, putes à me ſuſceptum, aut ſi quicquam fructus & vtilitatis perceperis, id omne referas acceptum omnium bonorum fonti, ſeruatori noſtro Chriſto ὃς ἔστιν εὐλογητὸς εἰς τοὺς αἰῶνας. ἀμήν.

τέλος.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITT. EM.